

# Comomentos de ordem superior no apreçamento de ativos na bolsa de valores do Brasil

## *Higher-order co-moments in asset pricing on the stock exchange in Brazil*

Paulo Vitor Jordão da Gama Silva<sup>1</sup> - Pontifícia Univ. Católica do Rio de Janeiro, Escola de Negócios, Dep. de Administração  
Marcelo Cabus Klotzle<sup>2</sup> - Pontifícia Univ. Católica do Rio de Janeiro, Escola de Negócios, Dep. de Administração  
Antonio Carlos Figueiredo Pinto<sup>3</sup> - Pontifícia Univ. Católica do Rio de Janeiro

**RESUMO** Este estudo busca identificar o comportamento da assimetria sistêmica (coassimetria) e da curtose sistêmica (cocurtose) no apreçamento de ativos no mercado acionário brasileiro (na BM&F Bovespa). Foi utilizada a metodologia explorada por Harvey e Siddique (2000) para estimar o grau de coassimetria e cocurtose para as ações em cada mês  $t$ , seguindo a regressão CAPM. O modelo de três fatores foi utilizado segundo a metodologia de Fama e French (1993) com modificações para o cálculo dos fatores seguindo a metodologia explorada por Neves (2003). Os resultados demonstram que para o mercado brasileiro, os ativos com coassimetria e cocurtose negativas tendem a render mais do que ativos com coassimetria e cocurtose positivas. Segundo observações no mercado americano e londrino, como os investidores esperam maiores retornos por um maior risco, foi constatado preferência por coassimetria negativa e cocurtose positiva. No Brasil foi constatado que para o caso da coassimetria o mesmo se repete, porém para a cocurtose isso não acontece, ocorre o inverso, o que pode levar a conclusão de um comportamento tipicamente avesso ao risco.

**Palavras-chave** Apreçamento de Ativos. Comomentos. Coassimetria. Cocurtose. Mercado brasileiro.

**ABSTRACT** *This study seeks to identify the behavior of systemic asymmetry (coskewness) and systemic kurtosis (cokurtosis) in asset pricing on the Brazilian stock exchange (in BM&F Bovespa). The methodology explored by Harvey and Siddique (2000) was used to estimate the degree of coskewness and cokurtosis for stocks in each month  $t$ , following the CAPM regression. The three-factor model was used according to Fama and French (1993), with modifications to the calculation of the factors following the methodology exploited by Neves (2003). The results show that for the Brazilian market, assets with negative coskewness and cokurtosis tend to yield more than assets with positive coskewness and cokurtosis. According to observations in the American and London markets, as investors expect higher returns for the high risk, a preference was found for negative coskewness and positive cokurtosis. In Brazil, it was found that in the case of coskewness, it repeats itself, but not for cokurtosis, where the reverse is true, which can lead to the conclusion of a typically risk-averse behavior.*

**Keywords** Asset Pricing. Co-Moments. Coskewness. Cokurtosis. Brazilian Market.

1. R. Marquês de São Vicente, n. 225, Gávea, Rio de Janeiro - RJ, 22451-900, rjdagama@hotmail.com

2. klotzle@iag.puc-rio.br

3. figueiredo@iag.puc-rio.br

## 1. INTRODUÇÃO

Embora a teoria financeira tenha sido construída sobre grande influência da média-variância, tal como o processo de seleção de portfólios de Markowitz (1952), e o próprio modelo de precificação de ativos financeiros (CAPM) proposto por Sharpe (1964) e Lintner (1965), existe uma volumosa literatura que versa a respeito de estratégias de portfólio (especialmente em relação à característica de ativos) e seus enormes erros de apreçamento.

Em função da importância de tais observações, análises empíricas demonstram o surgimento dos prêmios intertemporais (CAMPBELL; VUOLTEENAHO, 2004; MERTON, 1973) e de elevado comomentos (KRAUS; LITZENBERGER, 1976; HARVEY; SIDDIQUE, 2000), levando em consideração a existência de investidores com horizontes de multi-período ou que tenham preferência em momentos de ordem superior na distribuição de retorno de ativos - este último é o elemento de estudo que será abordado neste trabalho.

Segundo Campbell e Viceira (2002), a teoria moderna da utilidade tem acomodado às preferências sobre tais momentos de ordem superior e desta forma, compreende-se que a utilidade quadrática não pode ser adequada para descrever as preferências do investidor. Desta forma, este estudo estará pautado em recentes observações que surgem com a utilização do *Stochastic Discount Factor* (SDF) que inclui retornos quadráticos e cúbicos do mercado (Ding e Shawky, 2007; Dittmar, 2002; Moreno e Rodriguez, 2009; Smith, 2007; Poti e Wang, 2010; Post *et al.*, 2008).

É importante acrescentar que os mercados emergentes sofrem não apenas com o problema da existência destes outros momentos, mas também com o fato de que eles mudam significativamente de valor do ativo ao longo do tempo. Bekaert *et al.* (1998) estudaram esta relação em dezenove países emergentes e chegaram à conclusão de que não é adequado tratar esses mercados da mesma maneira que são tratados os mercados desenvolvidos, na medida em que as taxas de retorno podem demonstrar grandes desvios em relação à normalidade.

Neste artigo será mostrado que para o mercado brasileiro, em contraste com a análise de média-variância (a teoria de precificação de ativos padrões), ocorre um prêmio maior para as ações com retornos que possuem uma coassimetria e cocurtose negativas em relação ao retorno de mercado. Serão utilizadas técnicas econométricas para comparações de portfólios de ações no mercado brasileiro, comparando inclusive, as variáveis alfa, risco de mercado e o modelo de três fatores de Fama e French (1993) modificado para a realidade brasileira.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1. O Modelo de Precificação de Ativos (CAPM)

O CAPM é construído sobre a premissa de que a variância de retornos é a medida de risco apropriada, mas somente a variação que não é diversificável é recompensada. O CAPM mede essa variância que não é diversificável utilizando uma estimativa beta, ou seja, mede-se o investimento em duas dimensões: o rendimento esperado sobre o investimento (que nada mais é do que a recompensa por essa aplicação), e a variância nos ganhos esperados (que reflete o risco existente no investimento).

A variância mede a diferença entre os retornos efetivos e os esperados, podendo essa medida ser capturada estatisticamente na distribuição dos ganhos. No caso de existirem dois investimentos com o mesmo desvio padrão, porém com retornos esperados diferentes, o investidor optará por aquele com ganho esperado mais elevado.

Apesar de o CAPM definir variância como risco, nem toda variância é recompensada com retornos mais altos pelos mercados financeiros. O modelo é concebido sobre o princípio de que, parte do risco de um ativo individual poderá ser suprimido por meio da diversificação da carteira. A ideia de que a diversificação pode minimizar o risco apoia-se em bases tanto intuitivas quanto estatísticas.

O modelo é sustentado pelas seguintes premissas: supõe que não existem custos de transações; que todos os títulos são negociáveis e são infinitamente divisíveis; e ao tomarem decisões sobre suas carteiras, os investidores o fazem levando em conta apenas as condições de risco e retorno.

## 2.2. Implicações do CAPM com Comentários de Ordem Superior

Segundo Kostakis, Muhammad e Siganos (2012), a questão central no apreçamento de ativos é encontrar um *Stochastic Discount Factor* (SDF) válido,  $M_{t+1}$  – que é assumido formalmente como sendo positivo (Harrison e Kreps, 1979), de forma a satisfazer a relação notada na Equação 1.

Equação 1 – Equação 1.

$$P_t = E_t [M_{t+1} X_{t+1}] \quad (1)$$

No qual:  $P_t$  é o preço do ativo no tempo  $t$ ;  $E_t$  é a expectativa associada no tempo  $t$ ;  $X_{t+1}$  é o preço  $P_{t+1}$  mais dividendos  $d_{t+1}$  do ativo no tempo  $t+1$ ;  $M_{t+1}$  é o fator estocástico no tempo  $t$ .

Considerando o retorno  $R_{t+1} \equiv \frac{X_{t+1}}{P_t}$ , desta maneira, pode-se reescrever a Equação (1) como:

Equação 2 – Reescrita da Equação 1.

$$P_t = E_t [M_{t+1} R_{t+1}] \quad (2)$$

Segundo Cochrane (2005), relacionando o SDF com o retorno do ativo de risco  $R_{t+1}$  e com a taxa livre de risco  $R_t^f$ :

Equação 3 – Equação 3.

$$P_t = E_t [M_{t+1}](1 + R_t^f) \rightarrow E_t[M_{t+1}] = \frac{1}{1+R_t^f} \quad (3)$$

Equação 4 – Equação 4.

$$E_t(R_{t+1}) = \frac{1 - \text{Cov}(M_{t+1}, R_{t+1})}{E_t(M_{t+1})} \quad (4)$$

Combinando as equações (3) e (4), obtem-se como resultado a teoria de precificação de ativos – afirmando que o excesso de retorno esperado de um ativo de risco é uma função da covariância do SDF com este retorno de risco:

Equação 5 – Equação 5.

$$(P_{t+1}) - R_t^f = - (1 + R_t^f) \text{Cov}(M_{t+1}, R_{t+1}) \quad (5)$$

Segundo Harvey e Siddique (2000), como a SDF é a taxa marginal de substituição de riqueza:  $U'(W_{t+1}) / U'(W_t)$ .

Tomando a primeira ordem de expansão das séries de Taylor  $U_0(W_{t+1})$  sobre  $W_t$ , encontra-se a análise CAPM padrão. Se, em vez disso, truncar a expansão da série na terceira ordem, então:

Equação 6 – Equação 6.

$$U'(W_{t+1}) \cong U'(W_t) + U''(W_t)(W_{t+1} - W_t) + \frac{U^{(3)}(W_t)(W_{t+1} - W_t)^2}{2!} + \frac{U^{(4)}(W_t)(W_{t+1} - W_t)^3}{3!} \quad (6)$$

Utilizando a restrição de orçamento simples para a dinâmica da riqueza,  $W_{t+1} = W_t(1 + R_{m,t+1})$ , em que  $R_m$  é o retorno de mercado, nós podemos re-escrever a eq. (6) como:

Equação 7 – Equação 7.

$$\begin{aligned} \frac{U'(W_{t+1})}{U'(W_t)} &\cong 1 + \frac{U''(W_t) W_t}{U'(W_t)} R_{m,t+1} + \frac{U^3(W_t) W_t^2}{2U'(W_t)} R_{m,t+1}^2 + \frac{U^4(W_t) W_t^3}{6U'(W_t)} R_{m,t+1}^3 = \\ 1 + \frac{U''(W_t) W_t}{U'(W_t)} R_{m,t+1} + \frac{U^3(W_t) W_t}{2U''(W_t)} \frac{U''(W_t) W_t}{U'(W_t)} R_{m,t+1}^2 + \frac{U^4(W_t) W_t^3}{6U^3(W_t)} \frac{U^3(W_t) W_t^3}{U''(W_t)} \frac{U''(W_t) W_t}{U'(W_t)} R_{m,t+1}^3 = \\ 1 - \gamma R_{m,t+1} + \frac{1}{2} \gamma n R_{m,t+1}^2 - \frac{1}{6} \gamma n k R_{m,t+1}^3 \end{aligned} \quad (7)$$

Utilizando o coeficiente de aversão ao risco de Arrow-Pratt (ANDREU *et al.*, 1995) “ $\gamma$ ”, o coeficiente de prudência de Kimball (1990) “ $n$ ” e o coeficiente de moderação de Eeckhoudt *et al.* (1996) “ $k$ ”.

Além disso, segundo a definição:

Equação 8 – Equação 8.

$$b = \frac{U''(W_t) W_t}{U'(W_t)}, c = \frac{U^3(W_t) W_t^2}{2U'(W_t)} \text{ e } d = \frac{U^4(W_t) W_t^3}{6U'(W_t)} \quad (8)$$

O SDF (taxa marginal de substituição) pode ser reescrita como:

Equação 9 – Equação 9.

$$M_{t+1} = 1 + bR_{m,t+1} + cR_{m,t+1}^2 + dR_{m,t+1}^3 \quad (9)$$

Utilizando a forma não linear equação (6) para o SDF na equação (7) referente à precificação de ativos, encontra-se:

Equação 10 – Equação 10.

$$\begin{aligned} E_t(R_{t+1}) - R_t^f = & - (1 + R_t^f) b \text{Cov}(R_{m(t+1)}, R_{t+1}) \\ & - (1 + R_t^f) c \text{Cov}(R_{m(t+1)}^2, R_{t+1}) \\ & - (1 + R_t^f) d \text{Cov}(R_{m(t+1)}^3, R_{t+1}) \end{aligned} \quad (10)$$

De maneira simplificada, a coassimetria  $(R_{m,t} - R_t^f)$  e a cocurtose  $(R_{m,t} - R_t^f)^3$  são inseridas na fórmula original do CAPM evidenciando o terceiro momento (assim como discutido por Kraus e Lintzenberger, 1976; Rubinstein, 1973) e o quarto momento (assim como visto em Fang e Lai, 1997; Galagedera, Henry e Silvapulle, 2003; Harvey *et al.*, 2004; Jondeau e Rockinger, 2006; Lim, 1989).

### 2.3. O Terceiro e Quarto Momentos do CAPM, Coassimetria e Cocurtose

A existência da coassimetria e a cocurtose na distribuição dos retornos é conhecida em alguns mercados (e demonstrada em estudos empíricos nos últimos anos, com maior ênfase, em economias não emergentes) - a pesquisa a respeito da influência das mesmas nas distribuições dos retornos é duplamente essencial para economias emergentes, assim como observado em Bekaert *et al.* (1998).

Com relação a coassimetria (ou assimetria sistêmica), como observado em Kraus e Litzenberger (1976), nota-se que o modelo quadrático é empregado na identificação da existência da coassimetria por meio da comparação das taxas de retorno dos ativos com a carteira de mercado.

Segundo o trabalho realizado por Barone-Adesi, Gagliardini e Urga (2004), pôde-se perceber que o estímulo para se considerar o quadrado do retorno excedente da carteira de mercado foi justamente a consideração da coassimetria entre as taxas de retorno de cada ativo e a taxa de retorno da carteira de mercado. Verificou-se que os resíduos obtidos por meio da regressão entre o retorno excedente de ativos versus uma constante e o excedente do retorno da carteira de mercado possuem uma tendência de correlação positiva ou negativa com o excedente de retorno (ao quadrado) da carteira de mercado.

Segundo Harvey e Siddique (2000), para o investidor avesso ao risco, há uma maior preferência em manter ativos com coassimetria positiva em seu portfólio (na medida em que a assimetria da carteira de mercado é positiva). Já para investidores que não são avessos ao risco, há maior preferência pelos ativos com coassimetria negativa – e já que estes representam um risco maior, em geral, possuem retornos maiores.

Assim, qualquer inclusão de ação na carteira que e reduza a assimetria não é desejável, por isso, há uma exigência por um prêmio maior.

Tendo em vista a cocurtose, a mesma deriva do prêmio de risco cúbico, e segundo Harvey *et al.* (2010), adiciona a curtosse sistêmica ao modelo CAPM - sendo a razão entre a covariância do retorno do portfólio com o cubo do retorno do mercado em torno da média do mercado.

A curtosse, apesar de não estar diretamente associada a nenhuma medida de risco, pode se comportar como um fator de risco uma vez que está associada à “grossura” das caudas da distribuição dos retornos do ativo. Desta forma, costumeiramente os investidores esperam taxas de retorno maiores para ativos que possuem maior cocurtose entre as taxas de retorno do ativo e da carteira de mercado.

## 2.4. Outros estudos referentes aos Fatores de Coassimetria e Cocurtose

A grande maioria dos estudos que buscaram identificar o comportamento da coassimetria e cocurtose nos mercados são tipicamente concentrados no mercado americano e londrino. Poucos estudos foram realizados no mercado brasileiro e até mesmo em economias emergentes de forma geral.

Silva (2005) testou modelos de apreçamento utilizando comomentos e os fatores de Fama e French (1992,1993), em uma abordagem balizada na regressão tradicional (além de agrupar ações em carteiras utilizando dados mensais de 1990-2003 no mercado brasileiro). Os resultados observados levaram a conclusão de que o beta e a cocurtose eram significantes nas estimativas.

Junior e Yoshinaga (2012) fizeram uma análise com dados em painel avaliando a coassimetria e a cocurtose na taxa de retorno das ações de empresas não financeiras na BM&F Bovespa e demonstraram que os comomentos são de fato significativos nos modelos estimados.

Oliveira, Lopes e Abbade (2010) pesquisaram a mensuração do preço das ações no mercado financeiro nacional, investigando a influência do terceiro e quarto momentos na precificação na correlação da proxy IBOV com as ações e como resultado, o trabalho permitiu afirmar conclusivamente que a coassimetria e a cocurtose não melhoram o desempenho do modelo de precificação de ativos.

Na abordagem proposta neste trabalho, pretende-se enriquecer o meio acadêmico brasileiro com análises econométricas mais robustas a respeito da influência dos comomentos de coassimetria e cocurtose no apreçamento de ativos na BM&F Bovespa. Serão utilizados dados mensais de Jan./2003 até Jun./2014 com 138 observações de retornos de 157 empresas. A ordenação em 11 portfólios seguirá os critérios de coassimetria e cocurtose para identificar a predominância do maior e do menor retorno levando em consideração estas ordenações (e o que isso implica) e provar as falhas no modelo CAPM padrão em função dos betas e dos três fatores de Fama e French.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

#### 3.1. Objeto de estudo

A base de dados é composta por 157 ações nacionais listadas na BM&F Bovespa com dados contínuos compreendendo o período de Jan./2003 até Jun./2014 (138 observações mensais) obtidos na base de dados ECONOMÁTICA.

#### 3.2. Procedimentos de coleta de dados

Dentre os dados extraídos, são compreendidos o preço (ajustado por juros e proventos), o número de ações e o preço sobre o valor patrimonial (também conhecido como price to book – com o inverso obtém-se o book to market), a SELIC (que foi utilizada como a taxa livre de risco) e o IBRX50 (considerado o retorno de mercado). Os retornos mensais foram extraídos em base logarítmica.

#### 3.3. Procedimentos de análise de dados

Foi utilizada a metodologia explorada por Harvey e Siddique (2000) para estimar o grau de coassimetria e cocurtose para as ações em cada mês  $t$ , seguindo a regressão CAPM:

Equação 11 – Equação 11.

$$R_{i,t} - R_t^f = \alpha_i + \beta_{i,MKT} (R_{m,t} - R_t^f) + \varepsilon_{i,t} \quad (11)$$

Os resíduos foram extraídos para satisfazer as condições das fórmulas da coassimetria e cocurtose detalhadas abaixo:

Equação 12 - Coassimetria.

$$\text{Coassimetria}_{(i)} = \frac{E[\varepsilon_{i,t} \varepsilon_{m,t}^2]}{\sqrt{E[\varepsilon_{i,t}^2] E[\varepsilon_{m,t}^2]}} \quad (12)$$

Equação 13 - Cocurtose.

$$\text{Cocurtose}_{(i)} = \frac{E[\varepsilon_{i,t} \varepsilon_{m,t}^3]}{\sqrt{E[\varepsilon_{i,t}^2]E[\varepsilon_{m,t}^3]}} \quad (13)$$

No qual:  $\varepsilon_{i,t}$  = é o resíduo mensal extraído de cada ação na regressão CAPM;  $\varepsilon_{m,t}$  = é o excesso de retorno de mercado.

Para descobrir o  $\varepsilon_{m,t}$  uma janela de 46 meses foi usada para encontrar o excesso de retorno de mercado para:

Equação 14 – Equação 14.

$$(R_{m,t} - R_t^f) - \text{Média da observação de 46 meses desta diferença} \quad (14)$$

Sendo:  $R_{m,t}$  = o retorno de mercado caracterizado pela variação logarítmica da IBRX50;  $R_t^f$  = a taxa livre de risco caracterizada pela SELIC mensal.

Para encontrar e extrair o  $\varepsilon_{i,t}$  de cada ação foi utilizado o software econométrico EViews (pacote 7.0), onde a equação estimada foi pautada em:

Equação 15 – Equação 15.

$$(R_{\text{Empresa}} - R_t^f) = \alpha + \beta_{\text{Empresa}} (R_{m,t} - R_t^f) + \varepsilon_{i,t} \quad (15)$$

Após obter a coassimetria e cocurtose mensal para cada ação nas 138 observações, foi utilizada a média de cada variável para efetuar a ordenação das carteiras. Estas foram divididas em 10 carteiras com 15 ações por portfólio e uma carteira com 7 ações (totalizando em 11 portfólios para a coassimetria e 11 em portfólios para a cocurtose). Foram ordenadas sendo P[1] a possuidora dos menores valores e P[11] a dos maiores de coassimetria e cocurtose.

O modelo de três fatores foi utilizado segundo a metodologia de Fama e French (1993) com modificações para o cálculo dos fatores HML (prêmio pelo fator de B/M) e SMB (prêmio do fator de tamanho) segundo a metodologia de Neves (2003) – este modelo foi utilizado por ser mais eficiente que o CAPM na análise, já que ao invés de apenas um fator utiliza três.

Segundo as modificações aplicadas por Neves (2003): primeiramente são utilizados os dados do mês referência de Junho t+1; divide-se a amostra em três grupos segundo valor de mercado (*Small*, *Medium* e *Big* na proporção de 30%, 40% e 30% respectivamente); depois é formado um segundo grupo ordenado pelo *book to market* (*Low*, *Medium* e *High* na proporção de 30%, 40% e 30% respectivamente).

Após os passos anteriores, ocorre formação dos nove portfólios: S/L (*small e low*): ações com baixo valor de mercado e baixo índice B/M; S/M (*small e medium*): ações com baixo valor de mercado e médio índice B/M; S/H (*small e high*): ações com baixo valor de mercado e alto índice B/M; M/L (*medium e low*): ações com valor intermediário de mercado e baixo índice B/M; M/M (*me-*

*diuum e medium*): ações com valor intermediário de mercado e médio índice B/M; M/H (*medium e high*): ações com valor intermediário de mercado e alto índice B/M; B/L (*big e low*): ações com alto valor de mercado e baixo índice B/M; B/M (*big e medium*): ações com alto valor de mercado e médio índice B/M; B/H (*big e high*): ações com alto valor de mercado e alto índice B/M.

Os retornos mensais dos fatores SMB e HML foram calculados pela subtração da média de retornos logarítmicos de pares de carteiras, conforme retratado pelas equações 16 e 17, respectivamente, onde  $r_{SL,t}$  é o retorno logarítmico da carteira S/L no mês  $t$ , e assim por diante.

Equação 16 – Equação 16.

$$SMB_t = \frac{1}{3} [(r_{SL,t} - r_{BL,t}) + (r_{SM,t} - r_{BM,t}) + (r_{SH,t} - r_{BH,t})] \quad (16)$$

Equação 17 – Equação 17.

$$HML_t = \frac{1}{3} [(r_{SH,t} - r_{SL,t}) + (r_{MH,t} - r_{ML,t}) + (r_{BH,t} - r_{BL,t})] \quad (17)$$

Finalmente, calcula-se o prêmio pelo fator de risco mercado subtraindo-se do retorno da carteira de mercado a taxa livre de risco. O retorno da carteira de mercado é encontrado através da ponderação, pelo valor, do retorno das ações amostrais.

Foram utilizadas regressões entre os retornos dos portfólios de coassimetria e cocurtose segundo critérios do CAPM e dos fatores de Fama e French. No EViews (pacote 7.0), para com relação ao CAPM:

Equação 18 – Equação 18.

$$(R_{\text{portfólio}} - R_t^f) = \alpha + \beta_{\text{portfólio}} (R_{m,t} - R_t^f) + \varepsilon_{i,t} \quad (18)$$

Para com relação aos fatores de Fama e French:

Equação 19 – Equação 19.

$$(R_{\text{portfólio}} - R_t^f) = \alpha + \beta_{\text{portfólio}} (R_{m,t} - R_t^f) + h_{\text{portfólio}} (HML) + s_{\text{portfólio}} (SMB) + \varepsilon_{i,t} \quad (19)$$

Também foram utilizadas análises em seções cruzadas segundo o primeiro estágio de Fama e MacBeth (1973) para com todos os portfólios em conjunto (P[1] até P[11]) nos mesmos critérios anteriores de CAPM e Fama e French para com a coassimetria e para com a cocurtose.

## 4. RESULTADOS

Tendo em vista a formação dos nove portfólios para geração dos três fatores de Fama e French, relativos aos prêmios pelos fatores de *book to market*, tamanho e de mercado, às tabelas 1 e 2 apresentam análises estatísticas destas nove carteiras no período de Jan./2003 até Jun./2014 com o intuito de examinar algumas nuances identificadas no mercado brasileiro.

Tabela 1 – Estatística Descritiva das 9 Carteiras.

*Número Médio de Ações por Carteira				Percentual do Valor de Mercado da carteira em relação ao Valor de Mercado Total				
Índice B/M				Índice B/M				
	L	M	H		L	M	H	Total
VM				VM				
S	15	15	17	S	0,0006%	0,0021%	0,0013%	0,0040%
M	16	28	20	M	0,0311%	0,0468%	0,0270%	0,1049%
B	16	21	10	B	80,3929%	9,9949%	9,5034%	99,8911%
				Total	80,4246%	10,0438%	9,5317%	

\*A média para ações na carteira considera arredondamentos para números inteiros.

Fonte: Elaborado pelo autores (2014).

Analisando a Tabela 1, percebe-se que o número médio de ações por carteira cresce em S conforme o B/M aumenta e para M e B há uma maior tendência de concentração no índice B/M médio.

Para com relação ao percentual do valor de mercado da carteira em relação ao valor de mercado total, observa-se que as carteiras S representam apenas 0,0040% do valor total de mercado, as carteiras B (com alto valor de mercado) detem 99,8911% - sendo que há uma maior concentração em L com 80,3929% considerando-se o B/M, tendência esta também constatada em Fama e French (1993).

Tabela 2 – Prêmio e Desvio Padrão Mensal das 9 Carteiras.

Prêmio Mensal das 9 Carteiras				Desvio Padrão Mensal das 9 Carteiras			
Índice B/M				Índice B/M			
	L	M	H		L	M	H
VM				VM			
S	6,8261%	1,3847%	-0,2153%	S	2,0661%	0,8867%	1,6405%
M	-0,2035%	0,7530%	-0,8143%	M	0,6285%	0,5830%	0,6721%
B	2,7827%	-0,4282%	1,5989%	B	2,6328%	0,7592%	2,0703%

Fonte: Elaborado pelo autores (2014).

Pode-se perceber na Tabela 2 que o prêmio mensal variou de -0,8143% até 6,8261%. A suposição no estudo de Fama e French (1993) de que há uma relação negativa entre tamanho e B/M não foi notada apenas no caso de empresas com elevado B/M, ou seja, pode-se notar que os maiores retornos foram das menores empresas (já que as mesmas apresentariam maiores riscos, isto se justificaria). Diferente do observado em Fama e French (1993), no qual a relação entre o prêmio médio e o B/M deveria ser positiva, nota-se que no mercado brasileiro apenas ocorre uma relação negativa para as empresas S e nas M e B não foi constatado um padrão específico.

A Tabela 3 contém estatísticas para cada portfólio de coassimetria no período de Jan/2003 até Jun/2014. Considera-se a coassimetria média de cada portfólio, o retorno igualmente ponderado (IP), o retorno ponderado pelo valor de mercado (PVM), o valor de mercado (VM) em milhões e o CAPM Beta.

Percebe-se que há uma variação significativa da coassimetria entre os 11 portfólios, demonstrando que a coassimetria é um critério significativo para ordenação. Embora não haja uma diferença significativa entre os betas dos portfólios, P[11] apresenta uma beta maior do que P[1].

Segundo critérios de média-variância, é esperado um retorno médio maior em P[11] do que em P[1], porém, ao invés disso nota-se que portfólios com coassimetria negativa possuem em média um retorno maior do que portfólios com coassimetria positiva.

Confirmando o estudo de Harvey e Siddique (2000), ações com coassimetria negativa tem em média um maior retorno do que ações com coassimetria positiva, pois os investidores exigem um prêmio maior para mantê-las em seus portfólios.

Tabela 3 – Análise de Dados Considerando Critérios de Coassimetria.

Portfólios	Coassimetria Média	Retornos IP	Retornos PVM	VM (em milhões)	CAPM Beta
P1	-0,014497	0,018514	0,000069	433.735.680	0,654184
P2	-0,008341	0,014790	0,000051	408.048.638	0,821889
P3	-0,006812	0,017018	0,000003	14.268.566	0,558995
P4	-0,005018	0,015295	0,000001	7.187.643	0,513228
P5	-0,003850	0,013895	0,000002	25.226.019	1,294413
P6	-0,002010	0,017002	0,000020	168.137.578	0,546003
P7	-0,000291	0,007786	0,000001	11.842.322	0,348436
P8	0,001724	0,011777	0,000005	156.036.364	0,581967
P9	0,003881	0,006153	0,000046	334.186.665	0,589740
P10	0,006779	0,010692	-0,000810	5.293.686.097	0,662460
P11	0,010929	0,003103	0,000031	305.978.054	0,683130
P1 - P11	-0,025425	0,015411	0,000037	127.757.626	-0,028946
t - teste	-20,250578	2,377628	0,712969	0,374470	-0,103592
Result.	Rejeita H0	Aceita H0	Aceita H0	Aceita H0	Aceita H0

Fonte: Elaborado pelo autores (2014).

A Tabela 4 contém estatísticas para cada portfólio de cocurtose no período de Jan/2003 até Jun/2014. Percebe-se que há uma variação significativa da cocurtose entre os 11 portfólios, demonstrando que a cocurtose é um critério significativo de ordenação.

Embora não haja uma diferença significativa entre os betas dos portfólios, P[11] apresenta uma beta maior do que P[1], ou seja, segundo o CAPM o P[11] deveria apresentar em média retornos maiores, e isto não acontece. Nota-se que os maiores retornos, em média se concentram nos portfólios com cocurtose negativa.

Tabela 4 – Análise de Dados Considerando Critérios de Cocurtose.

Portfólios	Cocurtose Média	Retornos IP	Retornos PVM	VM (em milhões)	CAPM Beta
P1	-0,004582	0,016216	0,000079	501.769.453	0,518281
P2	-0,002859	0,018580	0,000042	345.347.573	0,724003
P3	-0,002066	0,017798	0,000009	60.872.292	0,885797
P4	-0,001477	0,013914	0,000000	2.473.453	0,521940
P5	-0,000686	0,013895	0,000004	21.917.624	0,511977
P6	-0,000109	0,013144	0,000009	47.869.533	0,545575
P7	0,000489	0,010551	0,000002	74.252.148	0,311363
P8	0,001175	0,006967	0,000012	218.792.791	1,446781
P9	0,001806	0,012260	0,000038	263.284.178	0,457607
P10	0,002964	0,007427	-0,000811	5.295.830.644	0,665894
P11	0,004387	0,006801	0,000041	348.719.230	0,644766
P1 - P11	-0,008969	0,009415	0,000039	153.050.223	-0,126484
t - teste	20,308003	1,400214	0,727056	0,444875	-0,496794
Result.	Rejeita H0	Aceita H0	Aceita H0	Aceita H0	Aceita H0

Fonte: Elaborado pelo autores (2014).

A Tabela 5 contém os alfas dos 11 portfólios ponderados pelo valor e formados com base na ordenação da coassimetria. Indicam que o prêmio de coassimetria identificado na Tabela 3 permanece inalterado mesmo depois de ajustado pelos três fatores de Fama e French.

Estes resultados suportam o argumento de que o risco de coassimetria negativa é significativamente precificada no mercado brasileiro, tanto em termos econômicos quanto estatísticos (considerando fatores de valor, mercado e tamanho).

Tabela 5 – Alfas dos portfólios ponderados pelo valor e ordenados pela coassimetria.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
CAPM Alfa (% a.a.)	-1,3966%	-4,4178%	-0,6632%	-2,0350%	0,6776%	1,4367%	0,8219%
Estatística t	-1,5186*	-3,0885***	-0,7567	-2,0323**	0,4468	0,4790	0,6511
Fama e French Alfa	-1,0114%	-5,4992%	-0,5657%	-1,9645%	-1,0823%	2,1318%	0,4638%
Estatística t	-0,9878	-3,5330***	-0,5811	-1,7577*	-0,6642	0,6369	0,3294
	P8	P9	P10	P11	P1-P11	Chi-Sq.	
CAPM Alfa (% a.a.)	0,2383%	0,5417%	2,8789%	-0,5528%	-9,7505%	2,4781	
Estatística t	0,2155	0,1898	0,5235	-0,7190	-8,0985***	-1,5742*	
Fama e French Alfa	0,5032%	-1,7843%	1,1794%	-0,3503%	-10,2459%	4,4911	
Estatística t	0,4078	-0,5715	0,1923	-0,4088	-7,6769***	-2,1192**	

\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 10%; \*\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 5%; \*\*\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 1%.

Fonte: Elaborado pelo autores (2014).

A Tabela 6 contem os alfas dos 11 portfólios ponderados pelo valor e formados com base na ordenação da cocurtose. Indicam que o prêmio de cocurtose identificado na tabela 4 permanece inalterado mesmo depois de ajustado pelos três fatores de Fama e French.

Estes resultados suportam o argumento de que o o risco de cocurtose negativa é significativamente precificado no mercado brasileiro, tanto em termos econômicos quanto estatísticos (considerando fatores de valor, mercado e tamanho).

Tabela 6 – Alfas dos portfólios ponderados pelo valor e ordenados por cocurtose.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
CAPM Alfa (% a.a.)	-0.021067	-0.023635	-0.007822	0.018610	-0.001290	-0.009444	0.024992
Estatística t	-2,2600**	-1,5283*	-1,0550	1,4587*	-0.089991	-0.840848	0.810182
Fama e French Alfa	-0.015396	-0.031420	-0.001300	0.018832	0.001900	-0.009485	0.025328
Estatística t	-1,4878*	-1,8410*	-0.159516	1,3346	0.118820	-0.757096	0.735106
	P8	P9	P10	P11	P1-P11	Chi-Sq.	
CAPM Alfa (% a.a.)	-0,0023	0.015895	0.023380	-0.007832	-0.102302	1,3358	
Estatística t	-0.005528	0.558958	0.420021	-1,0996	-8,7199***	-1,1558	
Fama e French Alfa	-0.002412	-0.005721	0.004742	-0.006277	-0.104967	2,1094	
Estatística t	-0.193629	-0.183644	0.076414	-0.789749	-8,0402***	-1,4524*	

\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 10%; \*\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 5%; \*\*\*Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 1%.

Fonte: Elaborado pelo autores (2014).

A Tabela 7 apresenta os alfas, retornos de mercado, smb e o hml em um teste de seções cruzadas estimada para os 11 portfólios ponderados pelo valor e ordenados de acordo com a coassimetria.

Os resultados encontrados mostram que os modelos de precificação de ativos que são frequentemente utilizados não são suficientes para explicar a variação em seções cruzadas dos retornos dos portfólios de coassimetria.

Tabela 7 – Teste Cross-Section par a os Portfólios de Coassimetria.

	$\lambda (\alpha)$	$\lambda (\text{mkt})$	$\lambda (\text{smb})$	$\lambda (\text{hml})$	R-Sq,
CAPM	-0,0102	0,9103	-	-	0,1860
t - teste	-1,5742*	1,9438***	-	-	
Fama e French	-0,0152	0,9009	0,0878	-0,0862	0,1883
t - teste	-2,1192**	1,9177***	2,1957**	-1,133908	

\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 10%, \*\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 5%, \*\*\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 1%

Fonte: Elaborado pelo autores (2014).

Analizando a Tabela 8, os alfas, retornos de mercado, smb e o hml para os 11 portfólios ponderados pelo valor e ordenados de acordo com a cocurtose em um teste de seções cruzadas, percebe-se a ocorrência das mesmas evidências apontadas anteriormente para com a coassimetria.

Tabela 8 – Teste Cross-Section para os Portfólios de Cocurtose.

	$\lambda (\alpha)$	$\lambda (\text{mkt})$	$\lambda (\text{smb})$	$\lambda (\text{hml})$	R-Sq,
CAPM	-0,0075	0,9309	-	-	0,1899
t - teste	-1,1558	1,9693***	-	-	
Fama e French	-0,0105	0,9241	0,0635	-0,0421	0,1912
t - teste	-1,4524*	1,9473***	1,5722*	-0,5479	

\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 10%, \*\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 5%, \*\*\* Indica que é Estatisticamente Significante em um nível de 1%

Fonte: Elaborado pelo autores (2014).

## 5. DISCUSSÕES

De acordo com o estudo de Fama e French (1993), baixos B/M representam maiores oportunidades de crescimento, logo, percebe-se que as maiores oportunidades no mercado brasileiro concentram-se nas empresas de médio porte, diferente do constatado nos estudos de Fama e French (1993) no mercado americano que apontavam as empresas classificadas como S (com menor valor de mercado).

Divergindo de observações de Kostakis, Muhammad e Siganos (2012) no mercado londrino, o investidor recebe um prêmio maior para manter ações de cocurtose negativa em seus portfólios do que as de cocurtose positiva (o que caracteriza um comportamento tipicamente não avesso ao risco por parte do mercado brasileiro).

Pode ser observado neste estudo que a relação de seções cruzadas entre os retornos dos portfólios e o beta de mercado é inversa, o que contraria a implicação fundamental da teoria do CAPM. Mesmo introduzindo fatores de valor e tamanho, a relação continua. Autores como Kostakis, Muhammad e Siganos (2012) e Florackis *et al.* 2011 evidenciam a mesma observação no mercado londrino.

## 6. CONCLUSÕES

Foi identificado através de análises empíricas que a coassimetria e cocurtose são precificadas no mercado brasileiro e que tal mercado possui um comportamento tipicamente distinto de mercados mais desenvolvidos (como o norte americano e o londrino), que possuem uma literatura vasta a respeito de tais fenômenos.

Os resultados sugerem que a formulação clássica baseada na média-variância para a realização de apreçamento de ativos possui limitações que podem ser contornadas por modelos com bases quadráticas ou cúbicas. O modelo de seções cruzadas demonstra que nem ao menos incluindo mais fatores (tamanho e valor) a situação se inverte em relação a análise de modelos de média-variância.

Sem a normalidade, modelos baseados em média-variância podem ser menos adequados para análises mais detalhadas e complexas. Um número cada vez maior de momentos deve ser utilizado para que se possa identificar de maneira correta e precisa as caudas de uma distribuição de dados. Uma das principais preocupações dos investidores é a relação de exposição ao risco no qual os mesmos são submetidos, e desta maneira, percebe-se que este risco deve ser mensurado em termos de distribuição de probabilidade completa para um melhor aproveitamento.

Como propostas para pesquisas futuras, este tema ainda possui grandes fontes para estudos. Seria possível, por exemplo, explorar mais efeitos de comomentos superiores. Segundo Chung e Schill (2006) há indícios de que o aumento da quantidade de comomentos no modelo de apreçamento diminui a relevância estatística de fatores de risco como os propostos por Fama e French (1992,1993). Também seria interessante a alteração das taxas de retorno que explorassem series diárias em outros mercados emergentes.

## REFERÊNCIAS

- BARONE-ADESI, G.; GAGLIARDINI, P.; URGÀ, G. Testing Asset Pricing Models with Coskewness. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 22, n. 4, p. 474-486, 2004.
- BEKAERT, G.; ERB, C. B.; HARVEY, C. R.; VISKANTA, T. E. Distributional Characteristics of Emerging Market Equities and Asset Allocation. **Journal of Portfolio Management**, v. 24, n. 2, p. 102-116, 1998.
- CAMPBELL, J. Y.; VICEIRA, L. M. **Strategic Asset Allocation**. 1. ed. Oxford: Oxford University Press, 2002. 274 p.
- CAMPBELL, J. Y.; VUOLTEENAHO, T. Bad Beta, Good Beta. **American Economic Review**, v. 94, n. 5, p. 1249-1275, 2004.
- CHUNG, Y. P.; SCHILL, M. J. Asset Pricing When Returns are Nonnormal: Fama-French Factors versus Higher Order Systematic Co-moments. **Journal of Business Research**, v. 79, n. 2, p. 923-940, 2006.
- COCHRANE, J. H. **Asset Pricing**. Revised ed. New Jersey: Princeton University Press, 2005, 550p.
- DING, B.; SHAWKY, H. A. The performance of Hedge Fund Strategies and the Asymmetry of Return Distributions. **European Financial Management**, v. 13, n. 2, p. 309-331, 2007.
- DITTMAR, R. F. Nonlinear pricing kernels, kurtosis preference, and evidence from the cross section of equity returns. **Journal of Finance**, v. 57, n. 1, p. 369-403, 2002.
- ECKHOUDT, L.; GOLLIER, C.; SCHLESINGER, H. Changes in Background Risk and Risktaking Behaviour. **Journal of the Econometric Society – Econometrica**, v. 64, n. 3, p. 683-689, 1996.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.
- FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The Cross-Section of Expected Stock Returns. **Journal of Finance**, v. 47, n. 2, p. 427-65, 1992.
- FANG, H.; LAI, T-Y. Cokurtosis and Capital Asset Pricing. **The Financial Review**, v. 32, n. 2, p. 293-307, 1997.
- FLORACKIS, C.; GREGORIOU, A.; KOSTAKIS, A. Trading Frequency and Asset Pricing on London Stock Exchange: Evidence from a New Price Impact Ratio. **Journal of Banking and Finance**, v. 35, n. 12, p. 3335-3350, 2011.
- GALAGEDERA, D. U. A.; HENRY, D.; SILVAPULLE, P. Empirical Evidence on the Conditional Relation between Higher-Order Systematic Co-moments and Security Returns. **Quarterly Journal of Business and Economics**, v. 42, n. 1/2, p. 121-137, 2003.
- HARRISON, J. M.; KREPS, D. M. Martingales and Arbitrage in Multi-Period Security Markets. **Journal of Economic Theory**, v. 20, n. 3, p. 381-408, 1979.
- HARVEY, C. R.; SIDDIQUE, A. Conditional Skewness in Asset Pricing Tests. **Journal of Finance**, v. 55, n. 3, p. 1263-1295, 2000.
- HARVEY, C. R.; LIECHTY, J. C.; LIECHTY, M. W.; MÜLLER, P. Portfolio Selection with Higher Moments. **Journal of Quantitative Finance**, v. 10, n. 5, p. 469-485, 2010.

- JONDEAU, E.; ROCKINGER, M. Optimal portfolio allocation under higher moments. **European Financial Management**, v. 12, n. 1, p. 29-55, 2006.
- JUNIOR, F. H. F. C.; YOSHINAGA, C. E. Coassimetria, Cocurtose e as Taxas de Retorno das Ações: Uma Análise com Dados em Painel. **Revista de Administração da Mackenzie**, v. 13, n. 1, p. 110-144, 2012.
- KIMBALL, M. S. Precautionary Saving in the Small and the Large. **Journal of the Econometric Society - Econometrica**, v. 58, n. 1, p. 53-73, 1990.
- KOSTAKIS, A.; MUHAMMAD, K.; SIGANOS, A. Higher Comoments and asset pricing on London Stock Exchange. **Journal of Banking and Finance**, v. 36, n. 3, p. 913-922, 2012.
- KRAUS, A.; LITZENBERGER, R. H. Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets. **The Journal of Finance**, v. 31, n. 4, p. 1085-1100, 1976.
- LIM, K-G. A New Test of the Three-Moment Capital Asset Pricing Model. **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 24, n. 2, p. 205-216, 1989.
- LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13-37, 1965.
- MARKOWITZ, H. M. Portfolio Selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- MERTON, R. C. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. **Journal of the Econometric Society - Econometrica**, v. 41, n. 5, p. 867-887, 1973.
- MORENO, D.; RODRIGUEZ, R. The Value of Coskewness in Mutual Fund Performance Evaluation. **Journal of Banking and Finance**, v. 33, n. 9, p. 1664-1676, 2009.
- NEVES, M. B. E. **Três Ensaios em Modelos de Apreçamento de Ativos**. 143f. Tese (Doutorado em Administração) – Instituto Coppead de Administração. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2003.
- OLIVEIRA, A. S.; LOPES L. F. D.; ABBADE, E. B. Coassimetria e Cocurtose na Análise dos Preços das Ações no Mercado Financeiro Nacional. **Revista de Administração da UFSM**, v. 3, n. 3, p. 326-345, 2010.
- POST, T.; VAN VLIET, P.; LEVY, H. Risk Aversion and Skewness Preference. **Journal of Banking and Finance**, v. 32, n. 7, p. 1178-1187, 2008.
- POTI, V.; WANG, D. The Coskewness Puzzle. **Journal of Banking and Finance**, v. 34, n. 8, p. 1827-1838, 2010.
- RUBINSTEIN, M. E. The Fundamental Theorem of Parameter-Preference Security Valuation. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 8, n. 1, p. 61-69, 1973.
- SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. **Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.
- SILVA, A. L. C. Modeling and Estimating a Higher Systematic Co-moment Asset Pricing Model in the Brazilian Stock Market. **Latin American Business Review**, v. 6, n. 4, p. 85-101, 2005.
- SMITH, D. R. Conditional Coskewness and Asset Pricing. **Journal of Empirical Finance**, v. 14, n. 1, p. 91-119, 2007.

