

Avaliação de um método de transformação de valores *crisp* em valores *fuzzy*

Evaluation of a method for transforming crisp values into fuzzy values

Viviane Leite Dias de Mattos¹ - Universidade Federal do Rio Grande, Instituto de Matemática, Estatística e Física
Tiago da Cruz Asmus² - Universidade Federal do Rio Grande, Instituto de Matemática, Estatística e Física
Cátia Maria dos Santos Machado³ - Universidade Federal do Rio Grande, Instituto de Matemática, Estatística e Física
Ismael Batista Maidana Silvestre⁴ - Universidade Federal do Rio Grande, Instituto de Matemática, Estatística e Física
Matheus Muller Korb⁵ - Universidade Federal do Rio Grande, Instituto de Matemática, Estatística e Física

RESUMO O presente estudo analisa o comportamento de um método de transformação de valores *crisp* em valores *fuzzy* triangulares em um processo de avaliação de características de qualidade sensoriais, procedimento bastante usual na indústria de alimentos. Foram analisados resultados de características sensoriais, obtidos a partir de uma avaliação de juízes, que foram interpretados como valores *crisp* e valores *fuzzy*. Para ordenação dos números *fuzzy* foram utilizados três métodos: Kaufmann-Grupta, Yager e Chang. Na análise desenvolvida foram utilizados os testes estatísticos de Friedman e de Wilcoxon e o coeficiente de Kendall, além de técnicas gráficas e analíticas utilizadas em estudos exploratórios de dados, sendo constatado que a métrica é modificada com a transformação e bastante influenciada por algumas propriedades dos dados. Também foi constatado que o método de ordenação interfere na interpretação dos resultados, que foram similares para os métodos de Kaufmann-Grupta e de Yager, mas diferentes para o método Chang.

Palavras-chave Qualidade. Lógica Fuzzy. Características Sensoriais. Métodos de Ordenação.

ABSTRACT *This study analyzes a method for transforming crisp values (discrete) into fuzzy values. The data comes from a quality analysis of sensory characteristics of food. It is a very common practice in the food industry. Five sets of values that were interpreted as crisp values and fuzzy values were analyzed. Friedman's test, Wilcoxon's test and Kendall's coefficient were used in the statistical analysis and graphical and analytical techniques were used in the exploratory study. It was found that the metric is modified by the transformation and quite influenced by some properties of the data. The sorting by Kaufmann-Grupta's method and by Yager's method is similar, but it is different by Chang's method.*

Keywords *Quality. Fuzzy Logic. Sensory Characteristics. Ranking Methods.*

1. Av. São Francisco de Paula, nº 3204/201, Pelotas - RS, viviane.leite.mattos@gmail.com
2. tiagoasmus@furg.br
3. catiamachado.furg@gmail.com
4. silvestreismael@al.iffarroupilha.edu.br
5. v8korb@gmail.com

MATTOS, V. L. D.; ASMUS, T. C.; MACHADO, C. M. S.; SILVESTRE, I. B. M.; KORB, M. M. Avaliação de um método de transformação de valores *crisp* em valores *fuzzy*. **GEPROS. Gestão da Produção, Operações e Sistemas**, Bauru, Ano 10, nº 4, out-dez/2015, p. 191-205.

DOI: 10.15675/gepros.v10i4.1288

1. INTRODUÇÃO

Diferentes tipos de escala têm sido utilizados em processos de mensuração. Entretanto, sob o enfoque da lógica formal, se algumas deixam a desejar pela falta de precisão, outras também deixam a desejar pelo seu rigor, distanciando-se da maneira de pensar dos humanos. Estas escalas parecem adquirir maior flexibilidade sob o enfoque da lógica *fuzzy*, pois ao trabalhar com escalas quantitativas, por exemplo, um resultado discreto não é tratado como exatamente igual ao valor obtido, mas como o entorno deste valor. Esta estruturação é mais semelhante à forma de pensar e tirar conclusões dos humanos, razão pela qual a utilização da lógica *fuzzy* se mostra como uma alternativa pertinente em mensurações que dependam da percepção humana, como em avaliações de características de qualidade sensoriais.

Para Lanzillotti e Lanzilotti (1999), durante as provas sensoriais, as respostas dos avaliadores podem estar influenciadas por fatores psicológicos e produzir falsos resultados, razão pela qual, a adoção desta sistemática pode ser considerada uma ferramenta útil para flexibilizar procedimentos. De acordo com Cavalcanti *et al.* (2013), a lógica *fuzzy* mostrou-se efetiva para análise de produtos alimentares com variáveis em suas formulações, tornando-se uma alternativa às análises clássicas. Cesari *et al.* (2013) também recomendam a utilização da lógica *fuzzy* para análises sensoriais em alimentos por considerá-la uma metodologia objetiva que permite obter resultados consistentes. Kupongsak e Tan (2006) também consideram que, na indústria de alimentos, o conceito de conjuntos *fuzzy* pode ser utilizado de forma eficaz para alcançar a qualidade sensorial desejada para um produto, pois as avaliações sensoriais são quantificadas de uma forma muito verdadeira e naturalmente difusa. Ioannou *et al.* (2002) propõem um modelo baseado na teoria dos conjuntos *fuzzy* para a estimativa das propriedades sensoriais por um único perito, concluindo que é uma ferramenta capaz de reproduzir o mecanismo humano de análise.

Na prática, entretanto, a obtenção de um valor *fuzzy* em um levantamento de dados não é muito simples. Uma estratégia que pode ser utilizada consiste em obter para cada unidade amostral conjuntos de valores *crisp*, que posteriormente, são transformados em valores *fuzzy*, o que pode ser feito pelo método proposto em Cheng (2005). O presente estudo analisa algumas propriedades de valores *crisp*, obtidos em um processo de avaliação de características de qualidade sensoriais de um alimento, utilizados para gerar valores *fuzzy*. Espera-se poder avaliar a robustez do método, contribuindo para a utilização da lógica *fuzzy* em controle estatístico de processos que fazem uso de variáveis difíceis de serem mensuradas e com certo grau de complexidade.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Na lógica *fuzzy* é preferível trabalhar com mensurações menos precisas. Por exemplo, deve-se optar por obter um resultado expresso como “em torno de 20” em vez de “exatamente 20”, por ser uma informação menos precisa. Nesse caso, o termo lingüístico “em torno de 20” é representado por um conjunto *fuzzy* definido a partir de um intervalo de discurso e uma função de pertinência.

De maneira geral, qualquer função que relacione os elementos de um conjunto a valores entre zero e um pode ser tomada como função de pertinência. Se um conjunto de observações for representado por um conjunto clássico A, por exemplo, sua função de pertinência é dada por:

Equação 1 – Função de pertinência.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A \end{cases}, \quad (1)$$

o que significa que ela só pode assumir dois valores: zero, quando o elemento não pertence ao conjunto (categoria) e um quando ele pertence. Nos conjuntos *fuzzy*, esta transição abrupta é substituída por uma função de pertinência suave, existindo vários graus de verdade entre o puramente verdadeiro (pertence) e o puramente falso (não pertence). As funções mais usadas na prática são a função trapezoidal, que tem como caso particular a função triangular, e a função gaussiana.

Um conjunto *fuzzy* pode ser construído empiricamente a partir de um conjunto de valores discretos. Cheng (2005) apresenta um método, descrito resumidamente a seguir, para fazer essa construção.

Seja um conjunto com n valores discretos, g_i , onde $i = 1, 2, 3, \dots, n$, contido no intervalo $[0;G]$. Inicialmente são calculadas as distâncias entre esses valores discretos de acordo com a Equação (2), organizadas em uma matriz com i linhas e j colunas ($j = 1, 2, 3, \dots, n$), e suas respectivas proximidades médias ao centro dos valores, conforme Equação (3). O grau de importância de cada valor é fornecido pela Equação (4) e o centro do conjunto *fuzzy* é determinado pela Equação (5).

Equação 2 – Equação 2.

$$d_{ij} = |g_i - g_j| \quad (2)$$

Equação 3 – Equação 3.

$$\bar{d}_i = \sum_{j=1}^n \frac{d_{ij}}{(n-1)} \quad (3)$$

Equação 4 – Equação 4.

$$w_j = \frac{1}{\sum_{i=1}^n p_{ij}}, \quad j=1, \dots, n, \text{ onde } p_{ij} = \frac{\bar{d}_j}{\bar{d}_i} \quad (4)$$

Equação 5 – Equação 5.

$$m = \sum_{i=1}^n w_i g_i \quad (5)$$

Para estimar a extensão do número *fuzzy*, isto é, encontrar suas extremidades inferior e superior, inicialmente determina-se a variabilidade das possibilidades, o que é feito de acordo com a Equação (6).

Equação 6 – Equação 6.

$$\hat{s}^2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sum_{i \in \arg\{g_i < m\}} w_i (m - g_i)^2}{\sum_{i \in \arg\{g_i < m\}} w_i} + \frac{\sum_{i \in \arg\{g_i > m\}} w_i (m - g_i)^2}{\sum_{i \in \arg\{g_i > m\}} w_i} \right\} \quad (6)$$

ós, calculam-se g^l e g^r como a média ponderada dos valores menores que m e a média ponderada dos valores maiores que m , o que é feito, respectivamente, pelas Equações (7) e (8). Estes valores são utilizados para encontrar a razão de distribuição dos dados da esquerda para a direita, o que é feito pela Equação (9). Finalmente, os limites a e b são encontrados pelas Equações (10) e (11). Nessas equações considera-se $s^2 = \hat{s}^2$.

Equação 7 – Equação 7.

$$g^l = \frac{\sum_{i \in \arg\{g_i < m\}} w_i g_i}{\sum_{i \in \arg\{g_i < m\}} w_i} \quad (7)$$

Equação 8 – Equação 8.

$$g^r = \frac{\sum_{i \in \arg\{g_i > m\}} w_i g_i}{\sum_{i \in \arg\{g_i > m\}} w_i} \quad (8)$$

Equação 9 – Equação 9.

$$\rho = \frac{m - g^l}{g^r - m} \quad (9)$$

Equação 10 – Equação 10.

$$a = m - \sqrt{\frac{12 \rho^2 s^2}{1 + \rho^2}} \quad (10)$$

Equação 11 – Equação 11.

$$b = m + \sqrt{\frac{12 s^2}{1 + \rho^2}} \quad (11)$$

Com os parâmetros m , a e b , o número *fuzzy* triangular é definido conforme Equação (12), onde $0 \leq g \leq G$, sendo G o maior valor possível para g . O número *fuzzy* triangular (\tilde{u}) é denotado como (a, m, b) .

Equação 12 – Equação 12.

$$\mu(g; a, m, b) = \begin{cases} 1 - \frac{m-g}{m-a}, & a \leq g \leq m \\ 1 - \frac{g-m}{b-m}, & m < g \leq b \\ 0, & \text{outros valores} \end{cases} \quad (12)$$

De acordo com Lee e You (2003), a ordenação dos números *fuzzy* constitui a base para o processo de tomada de decisão com a lógica *fuzzy*. Vários métodos já foram propostos para determinar a dominância de um número *fuzzy* em relação a outro, tais como em Baas e Kwakernaak (1977), Bortolan e Degani (1985), Chang (1981), Chen (1985), Chen e Klein (1994), Kaufmann e Grupta (1988 *apud* Pinho *et al.*, 1997), Lee e You (2003), Ma e Li (2008) e Shu e Wu (2011), Yuan (1991), entre outros, mas não existe uma teoria consagrada.

A seguir são apresentados três métodos, selecionados por serem muito citados na literatura e por sua simplicidade. Todos têm em comum o fato de usar uma função matemática $F(\tilde{u})$ para transformar o número *fuzzy* (\tilde{u}) em um número racional, considerando que quanto maior o valor de $F(\tilde{u})$, maior o número *fuzzy*.

O método do centróide, proposto por Yager (1978), *apud* Bortolan e Degani (1985), realiza essa transformação de acordo com a Equação (13):

Equação 13 – Equação 13.

$$F(\tilde{u}_1) = \frac{\int_0^1 \phi(g) \mu_{\tilde{u}}(g) \cdot dg}{\int_0^1 \mu_{\tilde{u}}(g) \cdot dg} \quad (13)$$

onde o peso $\phi(g)$ representa a importância de g . Se os pesos são lineares, então $F(\tilde{u}_1)$ representa a coordenada x do centro de gravidade do número *fuzzy*. Neste caso, para um número *fuzzy* triangular denotado por (a, m, b) , como definido pela Equação (12) tem-se:

Equação 14 – Equação 14.

$$F(\tilde{u}_1) = \frac{a+m+b}{3} \quad (14)$$

O método proposto por Kaufmann e Grupta (1988), *apud* Pinho *et al.* (1997), que adota três critérios em sequência. O primeiro transforma cada número *fuzzy* (a, m, b) em um número real de acordo com a Equação (15).

Equação 15 – Equação 15.

$$F(\tilde{u}_2) = \frac{a + 2m + b}{4} \quad (15)$$

Em caso de empate, o *core* do valor *fuzzy* (conjunto de todos os elementos do conjunto *fuzzy* cujo grau de pertinência é igual a 1) é utilizado para determinar a sua ordem. O valor *fuzzy* que apresenta maior *core* é considerado maior. Se o empate ainda persistir, usa-se o critério da divergência determinada por $(b - a)$, sendo considerados maiores aqueles valores *fuzzy* com maior divergência.

O método de Chang (1981), *apud* Bortolan e Degani (1985), transforma o número *fuzzy* em um número racional por meio da Equação (16).

Equação 16 – Equação 16.

$$F(\tilde{u}_3) = \int_S g \cdot \mu_{\tilde{u}}(g) \cdot dg \quad (16)$$

onde $S = [a; b]$ é o suporte do número *fuzzy*. Para o número *fuzzy* triangular (a, m, b) , essa expressão se transforma em:

Equação 17 – Equação 17.

$$F(\tilde{u}_3) = \frac{(b-a) \cdot (a+m+b)}{6} \quad (17)$$

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1. Objeto de estudo

Os dados considerados nesse estudo são oriundos de um processo produtivo de uma bebida fermentada, o iogurte, sendo as observações realizadas na linha de produção do iogurte do sabor pêssego. Na identificação das características definidoras de sua qualidade foram elencadas algumas características sensoriais, difíceis de serem mensuradas por depender da percepção dos indivíduos, o que justifica a utilização da lógica *fuzzy*. São elas: cor, aroma, consistência, sabor e acidez.

3.2. Procedimentos de coleta de dados

As cinco características sensoriais são avaliadas por cinco juízes que, individualmente, atribuem uma nota a cada uma delas em cada unidade amostral. Isso é feito pela localização de um ponto em um segmento de reta que possui suas extremidades relacionadas a zero (péssimo) e dez (excelente). Esse valor é transformado posteriormente (por regra de três) em um valor numérico com a precisão de quatro casas decimais. Esta avaliação foi realizada junto ao processo produtivo ao longo de dez semanas. Em cada semana foram feitas duas coletas e em cada coleta foram extraídas quatro unidades amostrais. Um feriado neste período fez com que fossem realizadas 19 coletas em lugar das 20 esperadas. São obtidas 76 unidades amostrais do alimento avaliado, gerando 1900 informações.

3.3. Procedimentos de análise de dados

Para cada característica sensorial e cada amostra do produto, as cinco informações fornecidas pelos juízes são substituídas pela média aritmética, que é considerada como um valor *crisp*. Inicialmente é realizada uma análise exploratória de dados para avaliar tendência central, dispersão, ocorrência de lacunas, ocorrência de *outliers*, assimetria e curtose, o que é feito com a utilização de técnicas analíticas e gráficas. Esses valores *crisp* encontrados para as cinco características sensoriais são comparados por meio do teste de Friedman, selecionado em função das propriedades dos dados, para avaliar se as cinco amostras podem ter sido extraídas da mesma população, ou seja, se as cinco características sensoriais são avaliadas da mesma forma. No caso de existência de diferença, um teste de Wilcoxon é aplicado para localizá-la. Mais detalhes sobre os testes de hipóteses utilizados podem ser encontrados em Siegel e Castellan (2006).

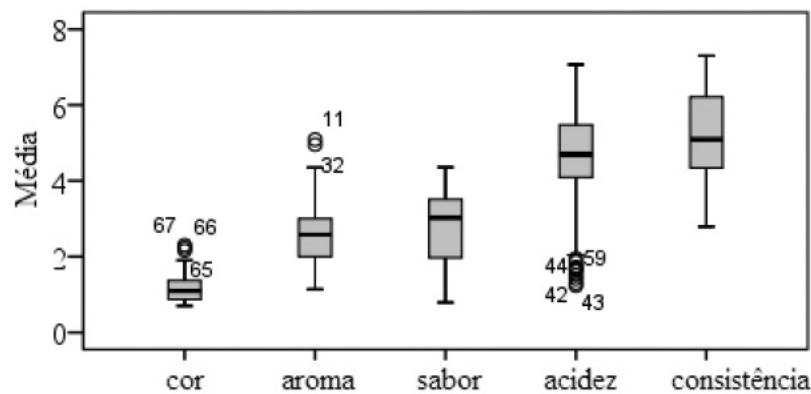
Posteriormente, para cada unidade amostral, as cinco informações fornecidas pelos juízes são substituídas por um valor *fuzzy* triangular, o que é feito pelo método de Cheng (2005). Para a análise subsequente é necessário que cada um dos dez conjuntos de observações (valores *crisp* e valores *fuzzy*) sejam ordenados, sendo cada unidade amostral relacionada a um posto. A ordenação dos valores *crisp* é feita com os critérios usuais de ordenação de números racionais, na forma de números decimais, que se baseia nos critérios de ordenação de números naturais, considerando maior o número que vem depois na sequência da contagem (PONTE; QUARESMA, 2011). No caso de valores idênticos o posto é determinado pela média dos postos que seriam ocupados pelos valores iguais. Já os valores *fuzzy* são ordenados por três métodos: a) Yager, b) Kaufmann e Gupta e c) Chang. O desenvolvimento dessa análise fornece quatro informações para cada unidade amostral: um valor *crisp* e três valores de $F(\tilde{u}_i)$, que representam a grandeza do número *fuzzy*.

Posteriormente, valores *crisp* são comparados por meio do coeficiente de correlação posto-ordem de Kendall (T) com valores de $F(\tilde{u}_1)$, $F(\tilde{u}_2)$ e $F(\tilde{u}_3)$ com o objetivo de avaliar a concordância entre os postos atribuídos às unidades amostrais. Mais detalhes sobre esse coeficiente pode ser encontrado em Siegel e Castellan (2006). Esse coeficiente também é utilizado para comparar os resultados obtidos para $F(\tilde{u}_i)$, sendo $i = 1, 2, 3$. A análise é complementada por diagramas de dispersão, seguido de um estudo das propriedades das unidades amostrais identificadas com diferentes padrões, o que foi feito com as mesmas técnicas analíticas e gráficas utilizadas inicialmente na análise exploratória. Nos testes de hipóteses foi adotado o nível de significância de 5%.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise exploratória dos valores *crisp* inicia com a determinação de medidas resumo para cada característica sensorial, sendo possível constatar que a tendência central e a variabilidade dos dados são bastante diferentes para as características analisadas. Técnicas gráficas, entre as quais os *box plots* apresentados na Figura 1, além de concordar com esses achados, sugerem a presença de assimetria em alguns dos conjuntos de observações, além de identificar possíveis *outliers* entre os resultados das características cor, aroma e acidez. Gráficos de probabilidade normal, apresentados na Figura 2, concordam com esses achados.

Figura 1 – *Box plots* dos valores *crisp*.

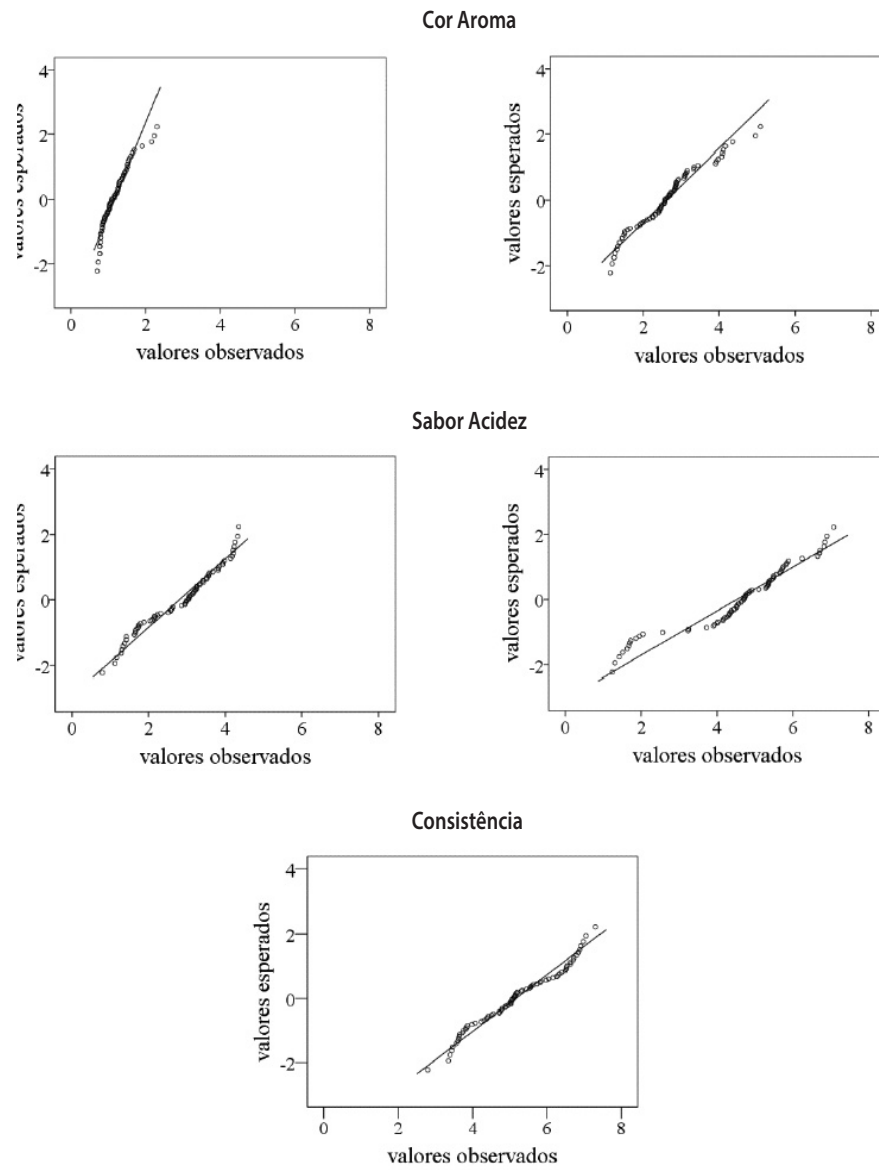


Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

A determinação de coeficientes de assimetria e curtose, apresentados na Tabela 1, complementa a análise exploratória. A distribuição dos dados das características cor e acidez apresentam assimetria significativa (valor $p < 0,05$), sendo na primeira positiva e na segunda negativa. Em relação à curtose, a distribuição dos dados da característica cor se afasta de forma significativa (valor $p < 0,05$) de uma distribuição mesocúrtica.

O teste de normalidade Kolmogorov-Smirnov não encontra evidências de não normalidade apenas para a distribuição dos dados da característica consistência (valor $p = 0,20$), o mesmo não acontecendo em relação às outras distribuições. São encontrados valores p iguais a 0,05, 0,03, 0,04 e $< 0,001$ para, respectivamente, as distribuições dos dados das características cor, aroma, sabor e acidez. Considera-se então, que apenas a característica consistência apresenta distribuição com propriedades próximas de uma distribuição normal, optando-se por testes não paramétricos nas análises subsequentes.

Figura 2 – Gráficos de Probabilidade Normal dos valores *crisp* para cor (a), aroma (b), sabor (c), acidez (d) e consistência (e).



Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

O teste de Friedman, aplicado aos valores *crisp*, encontra evidências de que as observações obtidas para as características sensoriais vêm de populações diferentes, ($W = 0,776$; $\chi^2 = 236,0$; $gl = 4$, $\text{valor } p < 0,001$), indicando que estas características foram avaliadas de maneira diferente. A prova de Wilcoxon permite identificar algumas evidências de diferença entre os resultados, identificando a característica cor como a pior avaliada ($\bar{x}_{\text{rank}} = 1,21$), seguida de aroma ($\bar{x}_{\text{rank}} = 2,38$) e sabor ($\bar{x}_{\text{rank}} = 2,62$), para os quais não foram encontradas evidências de diferença. Seguem acidez ($\bar{x}_{\text{rank}} = 4,12$) e consistência ($\bar{x}_{\text{rank}} = 4,67$).

Tabela 1 – Coeficientes de assimetria e curtose das distribuições dos valores *crisp*.

Variável	Propriedade	Coefficiente	Erro padrão	z	valor p
cor	assimetria	1,129	0,276	4,09	<0,0001*
	curtose	1,487	0,545	2,73	0,01*
aroma	assimetria	0,521	0,276	1,89	0,06
	curtose	0,284	0,545	0,52	0,60
sabor	assimetria	-0,254	0,276	-0,92	0,35
	curtose	-1,018	0,545	-1,87	0,06
acidez	assimetria	-0,712	0,276	-2,58	0,01*
	curtose	0,032	0,545	0,06	0,95
consistência	assimetria	0,009	0,276	0,03	0,97
	curtose	-0,989	0,545	-1,81	0,07

* Representa valor significativo.

Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

O coeficiente de correlação posto-ordem de Kendall (T), calculado entre valores *crisp* e valores *fuzzy*, esses últimos transformados em $F(\tilde{u})$, fornece resultados significativos para todas as características sensoriais, conforme Tabela 2, embora não muito elevados, quando são utilizados o método de Kaufmann e Grupta e o método de Yager, o mesmo não acontecendo com o método de Chang. Nesse caso, é encontrado um resultado não significativo e quase nulo para uma das características: a consistência, curiosamente, a variável cujo conjunto de dados apresenta as melhores propriedades sob o enfoque estatístico.

Tabela 2 – Coeficientes de correlação posto-ordem de Kendall entre valores *crisp* e valores *fuzzy*.

Característica	Método de ordenação		
	Kaufmann e Grupta	Yager	Chang
Cor	0,694	0,636	0,678
Aroma	0,611	0,519	0,404
Sabor	0,550	0,456	0,434
Acidez	0,680	0,603	0,316
Consistência	0,623	0,472	-0,033*

* Representa valor não significativo.

Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

Os resultados encontrados indicam a existência de divergência entre as duas formas de interpretação das avaliações dos juízes (*crisp* e *fuzzy*) o que de certa forma já era esperado, pois os valores *crisp* levam em consideração apenas a tendência central dos dados, enquanto que os valores *fuzzy*, a tendência central e a variabilidade.

Em função de algumas divergências entre os métodos de ordenação de valores *fuzzy*, o coeficiente de correlação posto-ordem de Kendall (T) também foi calculado entre os $F(\tilde{u})$ obtidos pelos diferentes métodos de ordenação.

Tabela 3 – Coeficientes de correlação posto-ordem de Kendall entre diferentes métodos de ordenação de valores *fuzzy*.

Característica	Métodos		
	Kaufmann e Grupta x Yager	Kaufmann e Grupta x Chang	Yager x Chang
Cor	0,932	0,768	0,768
Aroma	0,895	0,752	0,827
Sabor	0,899	0,805	0,827
Acidez	0,917	0,565	0,606
Consistência	0,844	0,260	0,373

Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

Os resultados encontrados, apresentados na Tabela 3, evidenciam uma maior concordância entre o método de Kaufmann e Grupta e o método de Yager, embora todos tenham sido significativos. Observe que para todas as características o coeficiente de correlação posto-ordem de Kendall que envolveu o método de Chang foi menor, o que ocorreu de forma mais acentuada para a variável acidez e muitíssimo mais acentuada para a variável consistência.

Os diagramas de dispersão entre valores *crisp* e valores *fuzzy*, apresentados na Figura 3, ilustram as associações, evidenciando que:

- a utilização do método de ordenação de Kaufmann-Grupta fornece diagramas de dispersão bastante similares quando utilizado o método de ordenação de Yager, o mesmo não acontecendo com a utilização do método de ordenação de Chang;
- o método de ordenação de Kaufmann-Grupta parece ser um pouco menos sensível que o método de Yager;
- os diagramas construídos com o método de Kaufmann-Grupta e com o método de Yager mostram a existência de diferentes padrões de relação entre valores *crisp* e valores *fuzzy*, existindo em alguns casos superestimação ou subestimação do valor *fuzzy*.

Para a escala adotada, nos diagramas (a.1) e (a.2), relativo à cor, não foi possível identificar diferentes padrões na associação entre valores *crisp* e valores *fuzzy* das unidades de amostragem. Os diagramas (b.1), (b.2), (c.1) e (c.2), relativos a aroma e sabor, sugerem a existência de três padrões para esta relação nestas unidades: um primeiro padrão onde os valores *fuzzy* são superestimados, outro padrão com valores *fuzzy* subestimados e outro intermediário.

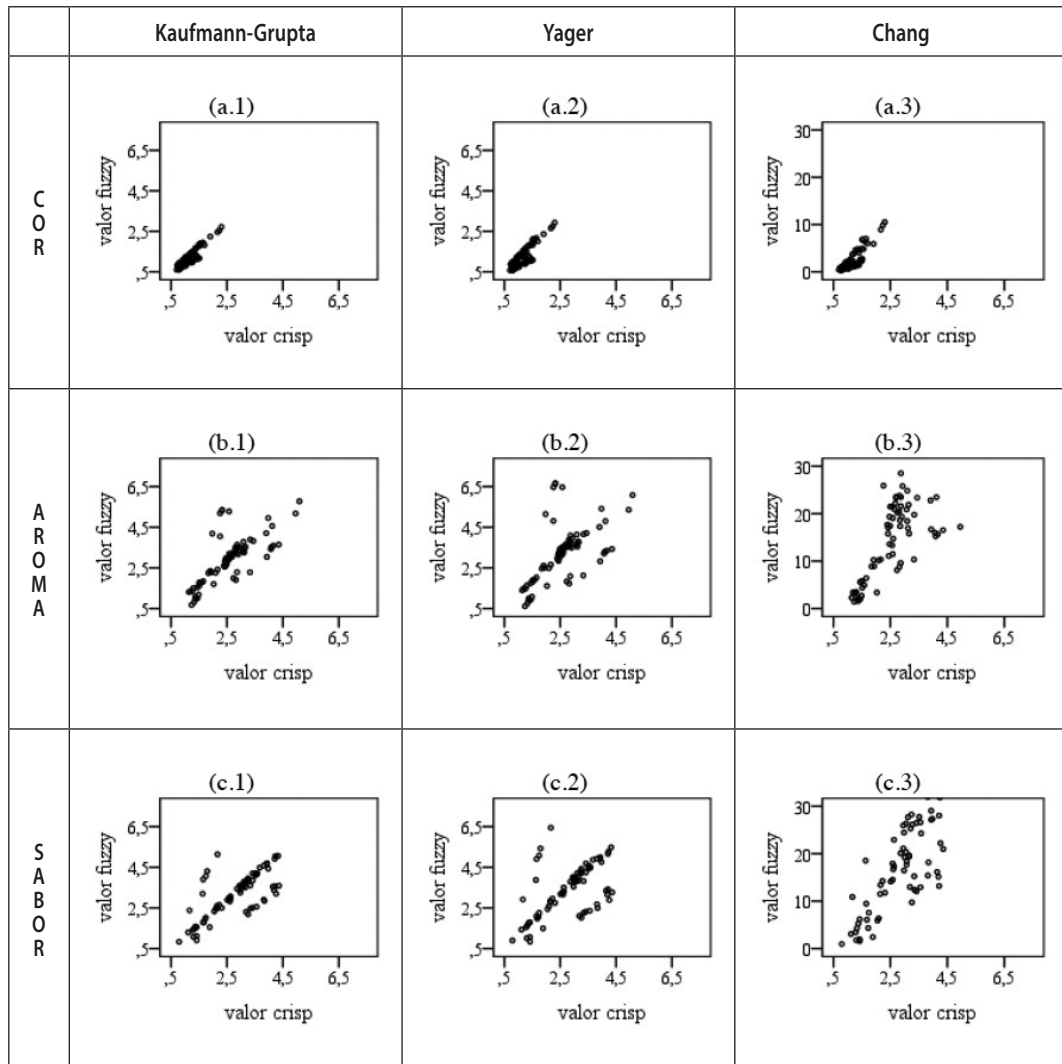
Um estudo exploratório na distribuição dos dados brutos (cinco avaliações fornecidas pelos juizes) das unidades amostrais, identificadas como apresentando o primeiro padrão, constata a existência de pouca variabilidade nos dados brutos, embora todas apresentem *outlier* superior extremo. A assimetria é identificada como acentuada, positiva e significativa. Em relação à curtose, as distribuições dos dados classificam-se como leptocúrticas. No segundo padrão, de uma maneira geral, as distribuições dos dados brutos nas unidades de amostragem apresentam maior variabilidade que as anteriores. Algumas unidades apresentam pouca variabilidade e *outlier* superior, mas não tão acentuado, como ocorreu nas distribuições do primeiro padrão. A assimetria ora é positiva, ora negativa, mas não significativa, o mesmo acontecendo em relação a curtose: ora leptocúrticas, ora platicúrticas, mas não significativas. As distribuições dos dados brutos das unidades amostrais alocadas no terceiro padrão apresentam características de assimetria e curtose intermediárias: não tão acentuadas como no primeiro padrão, mas mais afastadas da normalidade que o segundo padrão.

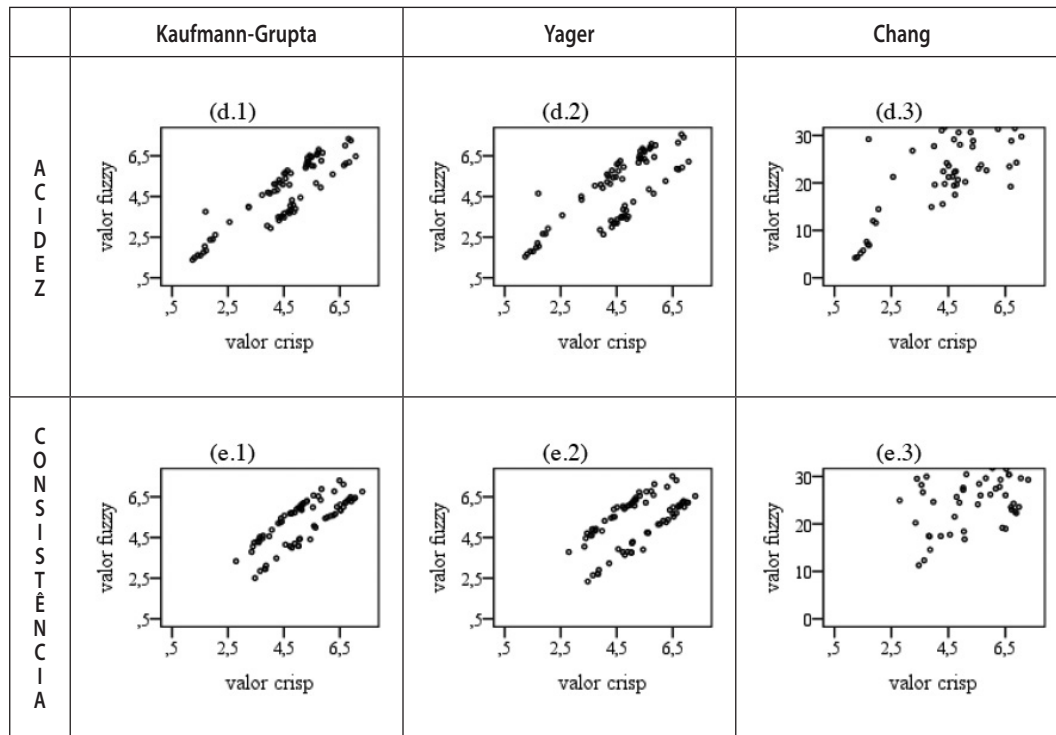
Os diagramas (d.1), (d.2), (e.1) e (e.2), relativos à acidez e à consistência, sugerem a existência de dois padrões de comportamento nas unidades de amostragem: um com valores *fuzzy* superestimados e outro com valores *fuzzy* subestimados. Concordando com os achados nos diagramas (b.1), (b.2), (c.1) e (c.2), a distribuição dos dados brutos nas unidades de amostragem alocadas no segundo padrão apresentam propriedades mais similares às de uma distribuição normal.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento deste estudo permite constatar que os coeficientes de correlação posto-ordem de Kendall encontrados para representar a associação entre valores *crisp* e valores *fuzzy* são intermediários, indicando alteração da métrica quando os dados são transformados pelo método de Cheng (2005). Isso se justifica pelo fato do método de geração de números *fuzzy* levar em consideração também a variabilidade dos dados e não apenas a tendência central, como é o caso da média aritmética utilizada na geração dos valores *crisp*. Ainda, que existem diferentes padrões de associação entre valores *crisp* e valores *fuzzy* que puderam ser ligados a diferentes propriedades dos dados, tais como: variabilidade, presença de *outlier* e grau de assimetria.

Figura 3 – Diagramas de dispersão entre valores *fuzzy* e valores *crisp*.





Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

Sugere-se a definição de uma estratégia para utilização desse algoritmo de “fuzzificação”, relacionando-o a propriedades dos dados, pois, concordando com Lanzillotti e Lanzillotti (1999), Cavalcanti *et al.* (2013), Cesari *et al.* (2013), Kupongsak e Tan (2006), Ioannou *et al.* (2002), os resultados encontrados encorajam a utilização da lógica *fuzzy* na mensuração de características sensoriais. Nesse caso, a subjetividade inerente à percepção dos juízes parece ser melhor retratada.

Os achados também confirmam a influência do método de ordenação de números *fuzzy*, tendo em vista que um dos métodos utilizados com esta finalidade, o método de Chang, apresentou resultado bastante diferente dos demais.

REFERÊNCIAS

- BAAS, S. M.; KWAKERNAAK, H. Rating and ranking of multiple-aspect alternatives using fuzzy sets. *Automatica*, v. 13, p. 47-58, 1977.
- BORTOLAN, G; DEGANI, R. A Review of some methods for ranking fuzzy subsets. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 15, p. 1-19, 1985.
- CAVALCANTI, M. T.; SILVA, F. L. H.; CAVALCANTI, J. H. F.; FLORENTINO, E. R.; FLORÊNCIO, I. M.; MOREIRA, R. T. Aplicação da lógica fuzzy na análise sensorial de pão de forma enriquecido. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*. Campina Grande, v. 17, n. 2, p.208-215, 2013.

- CÉSARI, M.; CÉSARI, R.; GÁMBARO, A.; ARNAU, E. Análisis de datos provenientes de pruebas sensoriales del vino, utilizando la lógica borrosa. *In: VII EnIDI – Encuentro de Investigadores y Docentes de Ingeniería, EnIDI, 2013, San Rafael, Anais... VII EnIDI. San Rafael, Mendoza, Argentina, 2013, p. 1-15.*
- CHANG, W. Ranking of fuzzy utilities with triangular membership functions. **Proceedings of International Conference on Policy Analysis and Information Systems**, p. 263-272, 1981.
- CHEN, S. Ranking fuzzy numbers with maximizing set and minimizing set. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 17, p. 113-129, 1985.
- CHEN, C. B.; KLEIN C. M. Fuzzy Ranking Methods for Multi-Attribute Decision Making. **IEEE Conf. on SMC, San Antonio, USA, p. 475-480, 1994.**
- CHENG, C. B. Fuzzy process control: construction of control charts with fuzzy numbers. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 154, n. 2, p. 287-303, 2005.
- IOANNOU, I.; PERROT, N.; HOSSENLOPP, J.; MAURIS, G.; TRYSTRAM. G. The fuzzy set theory: a helpful tool for the estimation of sensory properties of crusting sausage appearance by a single expert. **Food Quality and Preference**, v. 13, p. 589-595, 2002.
- KUPONGSAK, S.; TAN, J. Application of fuzzy set and neural network techniques in determining food process control set points. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 157, p. 1169-1178, 2006.
- LANZILLOTTI, R. S.; LANZILLOTTI, H. S. Análise sensorial sob o enfoque da decisão fuzzy. **Revista de Nutrição**, Campinas, v. 12, n. 2, p.145-157, 1999.
- LEE, J. H.; YOU, K. H. A fuzzy Ranking Method for Fuzzy Numbers. **IEICE Trans Electrom Commun Comput Sci.**, E86-A, p. 2650-2658, 2003.
- MA, L. C.; LI, H. L. A fuzzy ranking method with range reduction techniques. **European Journal of Operational Research**, v. 184, p. 1032-1043, 2008.
- PINHO, A. F.; MONTEVECHI, J. A. B.; PAMPLONA, E. O. Aplicação de Números Fuzzy Triangulares em Análises de Investimentos em Situação de Incerteza – Método Baseado na Teoria dos Jogos. **Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico**, Itajubá, v. 21, n. 2, p. 102-107, 1997.
- PONTE, J. P.; QUARESMA, M. A Aprendizagem da comparação e ordenação de números racionais através de uma abordagem exploratória. *In: Encontro de Investigação em Educação Matemática, 2011. Póvoa de Varzin. Anais... Póvoa de Varzin: Portugal, 2011.*
- SIEGEL, S.; CASTELLAN JR., N. J. **Estatística não paramétrica para ciências do comportamento**. 2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- SHU, M. H.; WU. H. C. Fuzzy X and R control charts: Fuzzy dominance approach. **Computers & Industrial Engineering**, v. 61, n. 3, p. 676-685, 2011.
- YUAN, Y. Criteria for evaluating fuzzy ranking methods. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 44, p. 139-157, 1991.