

# Modelo ARMA-GARCH e precedência temporal entre índices acionários

## ARMA-GARCH Model and temporal precedence between stock indices

Diego Garcia Angelico<sup>1</sup> - Universidade Estadual de Campinas - Instituto de Economia - Dep. de Teoria Econômica  
Sandra Cristina de Oliveira<sup>2</sup> - Universidade Estadual Paulista - Campus de Tupã - Faculdade de Ciências e Engenharia

**RESUMO** Diante da necessidade da avaliação de risco de ativos financeiros, investidores demandam métodos de modelagem sofisticados que possam inferir a respeito da variabilidade de suas aplicações. Ao mesmo tempo, a globalização financeira tem sido caracterizada por movimentos e tendências comuns entre diversos mercados internacionais. Nesse contexto, o presente trabalho teve como objetivo modelar a volatilidade estatística do Índice Bovespa e do Dow Jones Industrial Average Index, por meio de ajustes ARMA-GARCH, além de averiguar a existência de equilíbrio de longo prazo e precedência temporal entre essas variáveis, por meio dos testes de co-integração de Johansen e causalidade de Granger, respectivamente. Os resultados mostraram uma variância heterogênea superior para o indicador brasileiro e a existência de precedência temporal para o índice americano, apesar da ausência de equilíbrio de longo prazo entre as séries. Entende-se que esse último comportamento pode ter sido causado pela diferença existente entre as heterocedasticidades condicionais de cada índice.

**Palavras-chave** Heterocedasticidade condicional. Co-integração. Causalidade. Índices acionários.

**ABSTRACT** Faced with the need for risk valuation of financial assets, investors demand sophisticated methods of modeling that can judge the variability of their investments. At the same time, financial globalization has been characterized by common movements and trends between different international markets. In this context, the main objective of this paper was to model the statistical volatility of the Bovespa Index (Ibovespa) and the Dow Jones Industrial Average Index, using ARMA-GARCH adjustments, in addition to checking the existence of a long-term balance and temporal precedence between these variables, using the Johansen co-integration and Granger causality tests, respectively. The results established a higher heterogeneous variance for Ibovespa and the existence of temporal precedence for the Dow Jones Index, despite the absence of any long-term balance between the series. It is understood that the latter behavior may have been caused by the existing difference between the conditional heteroscedasticity of each index.

**Keywords** Conditional heteroscedasticity. Co-integration. Causality. Stock indices.

1. Rua Pitágoras, 353. CEP 13083-857. Barão Geraldo – Campinas/SP, diego\_angelico@hotmail.com  
2. sandra@tupa.unesp.br

ANGELICO, D. C.; OLIVEIRA, S. C. Modelo ARMA-GARCH e precedência temporal entre índices acionários. **GEPROS. Gestão da Produção, Operações e Sistemas**, Bauru, Ano 11, nº 1, jan-mar/2016, p. 97-112.

DOI: 10.15675/gepros.v11i1.1306

## 1. INTRODUÇÃO

A crescente mobilidade de capitais entre diversos mercados, consequência da desregulamentação financeira do atual sistema internacional, possui como características a alta volatilidade com que esses investimentos migram entre países, além da existência de praças financeiras internacionais que funcionam como benchmark das tendências que ocorrem sob o âmbito das finanças. Nesse contexto, torna-se de extrema importância investigar a influência que o Dow Jones Industrial Average Index (DJIAI), representativo de um dos maiores mercados acionários do mundo, possui sobre o Índice Bovespa (Ibovespa), cuja capitalização bursátil também se situa entre as maiores existentes atualmente. O estudo da volatilidade desses índices também destaca-se pela possibilidade de se averiguar diferenças no comportamento dos investidores entre esses dois mercados assim como as consequências de possíveis interrelações. Os resultados permitirão inferir qual é o nível de relação entre esses dois índices assim como seus respectivos graus de variabilidade, com importantes implicações para política econômica e regulação, visto que uma parcela considerável dos investimentos na BM&FBovespa é de origem estrangeira e funciona como uma importante financiadora do déficit externo da conta-corrente brasileira.

O objetivo deste trabalho foi estimar e comparar a evolução do retorno médio diário do Dow Jones Industrial Average Index e do Índice Bovespa, com base no comportamento das variações observadas durante o período de 02 de Janeiro de 2003 a 30 de Novembro de 2011, usando técnicas de análise de séries temporais de Modelo Aberto, baseadas na modelagem de Box e Jenkins, além de modelar a volatilidade dos índices por meio de processos generalizados autorregressivos com heterocedasticidade condicional – GARCH (MORETTIN; TOLOI, 2004). Por fim, teve-se como objetivo os cálculos de co-integração de Johansen e de causalidade de Granger entre essas variáveis, a fim de se averiguar a existência de relação entre os indicadores. O período de escolha para a realização do estudo se deu pelo fato de captar o inédito ciclo de liquidez que marcou a economia global mais precisamente a partir de 2003, assim como analisar as consequências que a crise econômico-financeira de 2007/2008 e o retorno dos fluxos financeiros a países emergentes já em 2009 podem ter produzido sobre a volatilidade e interrelação entre os referidos índices.

Feita esta breve introdução, a seção 2 deste artigo levanta algumas contribuições contemporâneas de autores referente a diversos instrumentos econométricos que são amplamente difundidos na literatura sobre modelagem de ativos financeiros. A terceira seção aborda as técnicas de séries temporais que foram selecionadas para a análise dos dados conforme os objetivos propostos, de forma que o quarto tópico descreve detalhadamente a metodologia e os materiais utilizados de acordo com o respectivo instrumental econométrico adotado. A seção 5 apresenta os principais resultados do artigo com as respectivas interpretações, levando-se em conta os dados encontrados em conjunto com uma breve análise de conjuntura econômica delimitada pelo período considerado. Por fim, a sexta seção resume as principais conclusões que podem ser extraídas da análise realizada dos indicadores acionários em questão.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Mette e Martins (2010) realizam um estudo para identificar a presença de co-integração entre o Ibovespa e o índice Dow Jones entre 1990 a 2008, como forma de averiguar a possibilidade de investidores de portfólio realizarem ganhos de arbitragem entre os dois mercados. Por meio de testes de raiz unitária de Dickey-Fuller Aumentado, os autores apontam para a estacionariedade das séries apenas quando estas são tomadas na primeira diferença. Já o cálculo de co-integração de Johansen, utilizado no trabalho como forma de captar a existência de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis aponta para a inexistência de co-integração entre as séries.

Especificamente sobre o mercado financeiro brasileiro, o trabalho de Silva (2006) analisa se há movimentos antecipatórios entre o Ibovespa futuro e o respectivo índice à vista. O autor faz uso dos testes de co-integração de Johansen e de Engle-Granger e emprega o teste de causalidade de Granger para identificar a presença de precedência temporal entre os indicadores. Para o período analisado, as duas séries apresentaram equilíbrio de longo prazo, sendo que a diferença de cada uma foi utilizada no teste de Johansen, e a aplicação do teste de Granger apontou para a causalidade unidirecional do índice futuro em relação ao mercado à vista.

Já o trabalho de Stoll e Whaley (1990) utiliza um modelo de vetores autorregressivos (VAR) para identificar se há precedência temporal entre índices futuros de ações e seus respectivos preços spots. Dessa forma, os preços futuros são modelados como variáveis explicativas conjuntamente com o histórico dos preços à vista como método de explicar os preços futuros do mercado à vista. Os autores examinaram a relação causal entre o retorno do índice Standard & Poor's (S&P500) futuro e retorno do respectivo índice à vista, em cotações *intra-day*, de forma que houve a constatação de precedência temporal do índice futuro em relação ao mercado à vista em um intervalo de tempo de cinco minutos.

Tse e Chan (2010) fazem uso da metodologia *Threshold Regression Model* (TRM) para examinar a relação de liderança e defasagem (*lead-lag effect*) entre os mercados futuro e à vista do índice Nikkei, possuindo como objetivo a modelagem das mudanças na estrutura da regressão em diferentes condições de mercado, sendo que o período analisado compreende março/2001 a agosto/2009. Como conclusão do *paper*, há uma forte evidência de que a precificação do mercado futuro é precedente em relação aos preços à vista quando há mais de uma variável explicativa inserida no modelo TRM utilizado pelos autores.

Já Wahab e Lashgari (1993) fazem uso de um modelo de vetores autorregressivos com correção de erro (VEC) de forma a averiguar a existência de movimentos antecipatórios entre as cotações futuras do índice *Financial Times and London Stock Exchange* (FTSE 100) e os respectivos preços à vista. Os resultados dos papers indicam a existência de uma bicausalidade entre os referidos índices, contudo por meio da análise da técnica da decomposição da variância dos erros de previsão pode-se inferir que o grau de precedência temporal do índice futuro referente aos preços à vista é mais expressivo.

### 3. TÉCNICAS DE ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS

Comumente considera-se a situação especial de estacionariedade fraca, que apresenta as seguintes propriedades (MORETTIN; TOLOI, 2004): (a)  $E(z_t) = \mu_t = \mu$ : média constante, para  $t \in T$ ; (b)  $E(z_t^2) < \infty$ , para todo  $t \in T$ ; (c)  $\gamma_h = Cov(z_t, z_{t-h}) = E[(z_t - \mu_t)(z_{t-h} - \mu_{t-h})]$ : covariância entre  $z_t$  e  $z_{t-h}$ , para todo  $h \in Z$ , é um função apenas de  $h$  (ou seja, independe da origem dos tempos e depende apenas da defasagem<sup>3</sup>  $h$  que os separa) e assume-se que  $\mu_{t-h} = \mu_t = \mu$ .

Tem-se uma medida padrão de dependência, denominada auto-correlação (ou ainda, função de auto-correlação – FAC), que é dada por (1):

$$\rho_h = Cor(z_t, z_{t-h}) = \frac{Cov(z_t, z_{t-h})}{\sigma_t \sigma_{t-h}}, \text{ para todo } h \in Z \quad (1)$$

em que  $-1 \leq \rho_h \leq 1$  e  $\sigma_t$  representa o desvio-padrão (EHLERS, 2007).

Os modelos paramétricos de Box e Jenkins, também chamados de modelos autoregressivos de médias móveis de ordem  $p$  e  $q$ , denotados por  $ARMA(p,q)$  ajustam os dados de séries temporais como uma combinação linear de valores passados e/ou de erros ocorridos, utilizando os processos autoregressivos e de médias móveis, além de uma estrutura de correlação dos resíduos. Os modelos  $ARMA(p,q)$  são dados por (2):

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \dots + \phi_p z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2)$$

em que o termo  $a_t$  representa os resíduos do modelo,  $\phi_p$  denota os coeficientes da componente auto-regressiva, e  $\theta_p$ , os coeficientes da componente média móvel ou, equivalentemente,  $\phi(B)z_t = \theta(B)a_t$ , onde  $z_t$  é o retorno no instante  $t$ ,  $\phi(B) = (1 - B\phi_1 - B^2\phi_2 - \dots - B^p\phi_p)$  e  $\theta(B) = (1 - B\theta_1 - B^2\theta_2 - \dots - B^q\theta_q)$ . Os termos  $\phi(B)$  e  $\theta(B)$  são funções polinomiais de  $B$  (operador atraso, tal que  $Bz_t = z_{t-1}$  e  $Ba_t = a_{t-1}$ ) e que representam a componente autoregressiva e a componente média móvel, respectivamente. Assume-se que tais processos são estacionários e inversíveis, ou seja, que as raízes de  $\phi(B)$  e  $\theta(B)$  estão fora do círculo de raio unitário, e que  $\{a_t, t \in Z\}$  é um ruído branco (aleatório) com média zero, variância  $\sigma_a^2$  e  $E(a_t a_s) = 0$  para  $t \neq s$  (BOX *et al.*, 1994).

O modelo de regressão proposto por Engle (1982), e generalizado por Bollerslev (1986), expresso como uma combinação linear de variáveis exógenas tem uma estrutura que pode ser resumida por meio da equação (3):

$$a_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad (3)$$

$$h_t = \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j a_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^r \delta_i h_{t-i}$$

3 Na literatura de séries temporais, a palavra “lag”, em inglês, é mais comumente usada do que o termo “defasagem”. Neste trabalho, optou-se por utilizar o termo defasagem.

em que  $\{\varepsilon_t, t \geq 0\}$  é um ruído branco (normalmente distribuído com média zero e variância um). Desta forma, uma interpretação para o modelo definido em (3) é que os distúrbios na regressão linear seguem um processo GARCH  $(q,r)$ . Quando  $r = 0$ , o processo se reduz a um ARCH $(q)$ .

Para que o modelo (3) seja plausível ( $h_t > 0$  para todo  $t$ ), deve-se ter  $q > 0, r \geq 0, \beta_0 > 0, \beta_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, q, \delta_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, r$ . Assim, pode ser mostrado que a variância incondicional de  $a_t$  é dada

por  $\beta_0 / \left( 1 - \sum_{j=1}^q \beta_j - \sum_{i=1}^r \delta_i \right)$ , cuja condição para que o processo tenha covariância estacionária é  $\sum_{j=1}^q \beta_j - \sum_{i=1}^r \delta_i < 1$ .

Seja  $Z = \{z_t, t = 1, 2, \dots, N\}$  uma trajetória observada do processo  $z_t$ . A função de verossimilhança  $(L)$  do modelo GARCH $(q,r)$  é dada por (4):

$$L(Z|\theta) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} \prod_{t=1}^N \left( \frac{1}{h_t} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{z_t^2}{2h_t} \right) \quad (4)$$

em que  $\theta = \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_q, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_r$  são os parâmetros do modelo GARCH $(q,r)$  a serem estimados e a volatilidade  $h_t$  é obtida de forma recursiva (ENGLE, 1982). As estimativas destes parâmetros devem ser obtidas por meio de algum procedimento numérico.

Haverá cointegração de ordem  $b, d$ , ou  $x_t \sim CI(d,b)$ , (em que  $CI$  é a denotação de cointegração) entre os componentes do vetor  $X_t (x_1, x_2, \dots, x_{nt})$  caso todos esses componentes forem integrados de ordem  $d$ , e ainda se existir um vetor  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$  de forma que exista uma combinação linear  $\omega' = \omega_1 x_{1t} + \omega_2 x_{2t} + \dots + \omega_n x_{nt}$  integrada de ordem  $(d,b)$  em que  $b > 0$ . Dessa maneira, a ordem de integração da combinação linear residual ( $z_t$ ) do modelo será inferior que às verificadas para as variáveis originais (ENGLE; GRANGER, 1991).

Segundo Carneiro *et al.* (2005), os resíduos da equação de longo prazo, provenientes do cálculo de cointegração, são utilizados no cálculo de causalidade entre as variáveis, por meio do mecanismo de correção de erro (ECM).

Dessa maneira, pode-se dizer que uma variável  $X$  precede ou “Granger causa” uma variável  $Y$  se a variância do erro de regressão de  $Y$ , sobre seus valores passados em conjunto com os de  $X$  for estatisticamente mais significativa que a variância do erro de regressão de  $Y$  sobre apenas seus valores passados.

Os resultados do teste conduzem a quatro cenários distintos (GRANGER, 1969):

- Causalidade unilateral de  $Y$  para  $X$ : Os coeficientes estimados para a variável defasada  $Y$  são, em conjunto, diferentes de zero ( $\Sigma a_i \neq 0$ ) e os coeficientes estimados para a variável defasada  $X$ , conjuntamente, não são estatisticamente diferentes de zero ( $\Sigma d_i = 0$ );
- Causalidade unilateral de  $X$  para  $Y$ : O conjunto de coeficientes defasadas da variável  $Y$  não é estatisticamente significativo ( $\Sigma a_i = 0$ ) e os coeficientes defasados da variável  $X$  são, em conjunto, estatisticamente significativos ( $\Sigma d_i \neq 0$ );
- Bicausalidade ou simultaneidade: Ambos os conjuntos das variáveis defasadas  $X$  e  $Y$  são estatisticamente diferentes de zero.
- Independência: Em ambas as regressões, os conjuntos de coeficientes não são estatisticamente significativos.

## 4. MATERIAL E MÉTODO

### 4.1. Coleta de dados

Este trabalho foi desenvolvido a partir de informações coletadas e disponibilizadas na base de dados da BM&FBovespa e New York Exchange Securities (2014). Foram consideradas séries históricas de índices diários de fechamento do Ibovespa e do Dow Jones Industrial Average Index (DJIAI), do período de 02 de Janeiro de 2003 a 30 de Novembro de 2011. A série de dados do Ibovespa também foi ajustada pela cotação do dólar, em uma base diária, disponibilizada no sítio eletrônico do Banco Central do Brasil (2014), para um melhor diagnóstico na análise de cointegração e causalidade entre as séries, visto que aproximadamente um terço dos investimentos realizados na bolsa brasileira são provenientes de investidores estrangeiros. Dessa maneira, a evolução dos índices cotados na mesma moeda proporciona uma análise mais acurada em relação aos movimentos e tendências de cada indicador, assim como suas interrelações.

### 4.2. Procedimentos metodológicos

#### 4.2.1. Procedimento de análise de séries temporais – Modelagem dos retornos por Box e Jenkins

Diversas séries de retornos apresentam alguma forma de auto-correlação de modo que modelos ARMA( $p,q$ ) podem ser inicialmente aplicados para remover esta correlação<sup>4</sup>.

##### • Identificação

Uma vez que os preços mudam de forma contínua, calculam-se os retornos dos índices por meio da expressão  $d_i = \ln(p_i/p_{i-1})$ . Desta forma, originam-se séries estacionárias de retornos, podendo ajustar modelos ARMA( $p,q$ ) aos dados;

Estimar diversos modelos concorrentes (ajustando modelos ARMA( $p,q$ ) aos dados com diferentes ordens  $p$  e  $q$  para estes modelos) e escolher o modelo que apresentar menores valores para o Critério de Informação de Akaike (AIC) e para o Critério de Informação Bayesiano (BIC), respectivamente representados por (5) (HILL, 2003):

$$AIC = -2l + 2k \quad BIC = -2l + k \ln(N) \quad (5)$$

em que  $k$  é o número total de parâmetros estimados,  $N$  é o número de observações de cada série de retornos em questão e  $l$  é a média do logaritmo natural da função de verossimilhança.

4 No entanto, os modelos ARMA( $p,q$ ) não são adequados para a modelagem da volatilidade de retornos, pois consideram que a variância se mantém constante ao longo do tempo.

### • Estimação

Tendo-se identificado o modelo provisório para a série de retornos, estimar os parâmetros deste modelo por meio do método de máxima verossimilhança;

Verificar a significância de cada um dos parâmetros pelo teste  $t$ , para um nível de significância  $\alpha$ , sob a hipótese nula  $H_0$ . Para um  $p$ -valor  $\leq \alpha$ , pode-se concluir, para um risco  $\alpha$ , que o parâmetro associado pode ser considerado significativamente diferente de zero<sup>5</sup>.

### 4.2.2. Procedimento de análise de séries temporais – Modelagem da volatilidade por processo GARCH

#### • Identificação, estimação e diagnóstico

Tendo-se identificado o modelo provisório, estimar os parâmetros deste modelo por meio do método de máxima verossimilhança e verificar a significância de cada um dos parâmetros pelo teste  $t$ , para um nível de significância  $\alpha$ , sob a hipótese nula  $H_0$ . Para um  $p$ -valor  $\leq \alpha$ , os parâmetros podem ser considerados significativamente diferentes de zero.

### 4.2.3. Procedimentos de Análise de Séries Temporais – Cálculos de cointegração de Johansen e de causalidade de Granger

#### • Cálculo de cointegração de Johansen

Para se testar a existência de cointegração em uma série, é válida a implementação da metodologia de Johansen. Considere o modelo dado por (6) (JOHANSEN, 1991):

$$\Delta y_t = \varphi_0 + \varphi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (6)$$

em que  $\varphi = -\left(I - \sum_{i=1}^p A_i\right)$  e  $\varphi_i = -\sum_{j=i+1}^p A_j$ ;  $y_t$  é a série de tempo da variável explicada.

5 Se o parâmetro não for significativo, pode-se considerá-lo no modelo. No entanto, o modelo será menos parcimonioso.

O número de vetores de cointegração ( $r$ ) é determinado pelas estatística máximo autovalor ( $\lambda_{\max}$ ) e estatística traço ( $\lambda_{\text{traço}}$ ), respectivamente representadas pelas equações (7) e (8) (SHIN; PESARAN, 1996):

$$\lambda_{\max}(r, r+1) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \lambda_{r+1}) \quad (7)$$

$$\lambda_{\text{traço}}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \lambda_i) \quad (8)$$

em que  $T$  é o tamanho da amostra.

### • Cálculo de causalidade de Granger

De acordo com Granger (1969), uma variável  $Y$  é causada por uma variável  $X$  se uma previsão daquela for estatisticamente mais significativa se os valores defasados de  $X$  forem incluídos sobre os valores defasados de  $Y$ . Dessa maneira, o teste de causalidade de Granger deve estimar regressões representadas por (9) e (10):

$$X_t = \sum a_i Y_{t-1} + \sum b_i X_{t-1} + \mu_{1t} \quad (9)$$

$$Y_t = \sum c_i Y_{t-1} + \sum d_i X_{t-1} + \mu_{2t} \quad (10)$$

Os resultados permitirão inferir sobre as diversas formas de precedência temporal e inter-relação entre as séries, como explicitado na Seção 3.

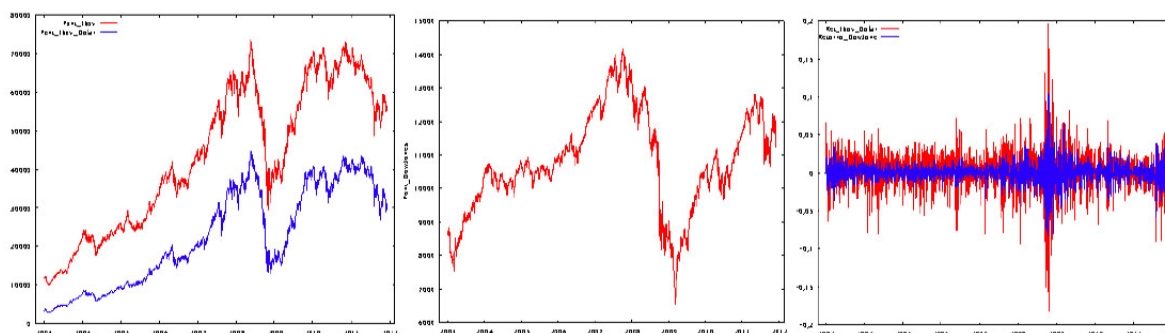
## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 1 retrata as séries Ibovespa e DJIAI em pontos (situadas à esquerda e ao meio, respectivamente), cada qual com uma metodologia própria de pontuação, e as séries dos retornos linearizados (à direita)<sup>6</sup>. A série de pontos do Ibovespa também foi ajustada às cotações diárias do dólar americano (gráfico em azul), conforme explicado na metodologia já apresentada. Percebe-se que a série de retornos do Ibovespa apresenta uma maior volatilidade, comportamento característico de mercados acionários emergentes.

6 Os retornos linearizados do Ibovespa estão em vermelho e os retornos do DJIAI, em azul.



Figura 1 – Série histórica das pontuações diárias de fechamento do Índice Bovespa, do Dow Jones Industrial Average Index e respectivos retornos linearizados – Janeiro de 2003 a Novembro de 2011.



Fonte: Elaborado pelos autores de acordo com a base de dados da BM&FBOVESPA e New York Exchange Securities (NYSE), 2014.

Referente à análise de estacionariedade, optou-se por realizar o teste KPSS, desenvolvido por Kwiatkowski *et al.* (1992), visto que ele possui como hipótese nula a presença de estacionariedade nas séries (HILL, 2003). A Tabela 1 mostra os testes KPSS para as séries do Ibovespa e DJIAI.

Tabela 1 – Testes de raiz unitária KPSS para as séries Ibovespa e DJIAI.

Variável	Estatística do Teste	Valor Crítico KPSS (5%)	Valor Crítico KPSS (1%)
IBOV (Nível)	0,318162	0,148	0,218
IBOV (Retornos)	0,323292	0,461	0,743
DJIAI (Nível)	0,807795	0,148	0,218
DJIAI (Retornos)	0,103592	0,461	0,743

Fonte: Elaborado pelos autores, 2014.

Observa-se que para as séries originais, as estatísticas geradas estão acima dos valores críticos, ou seja, em uma região de rejeição da hipótese nula de estacionariedade, demonstrando a ausência deste comportamento para as séries originais dos indicadores acionários. Já as séries de retornos linearizados apresentam as estatísticas de teste na zona de não rejeição da hipótese nula, ou seja, podem ser consideradas estacionárias, para os níveis de significância de 5% e 1%.

A presença de auto-correlação em diversas defasagens para as séries de retornos justifica o ajuste de modelos ARMA. Levando em consideração os fatores citados, os melhores ajustes de modelos auto-regressivos e de médias móveis foram os seguintes:

- Série de retornos do Índice Bovespa: ARMA (4,3);
- Série de retornos do Dow Jones Industrial Average Index: ARMA (4,5).

Desconsiderando-se os parâmetros não significativamente diferentes de zero, as equações dos ajustes ARMA das séries em estudo podem ser visualizadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Modelo final de ajuste ARMA aos retornos do Ibovespa e do DJIAI.

Modelo	Equação de ajuste
Ibovespa Modelo ARMA(4,3)	$z_t = 0,00102184 - 0,292775z_{t-2} + 0,659818z_{t-3} - 0,0674201z_{t-4} + a_t - 0,269581a_{t-2} + 0,700706a_{t-3}$
DJIAI Modelo ARMA(4,5)	$z_t = -1,05106z_{t-1} - 1,8235z_{t-2} - 1,02555z_{t-3} - 0,968546z_{t-4} + a_t - 0,928683a_{t-1} - 1,69454a_{t-2} + 0,809214a_{t-3} - 0,863549a_{t-4} + 0,0926597a_{t-5}$

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

Pela Tabela 3 é possível verificar a significância de cada coeficiente dos modelos, a observar os respectivos *p*-valores. O teste demonstra que apenas dois coeficientes da série Ibovespa e um da DJIAI não são significativamente diferentes de zero.

Tabela 3 – Teste de significância dos coeficientes dos ajustes ARMA aos retornos do Ibovespa e DJIAI.

Parâmetro	Coefficiente (Ibovespa)	<i>p</i> -valor (Ibovespa)	Coefficiente (DJIAI)	<i>p</i> -valor (DJIAI)
const.	0,00102184	0,0378	0,000149537	0,5177
$\phi_1$	-0,113960	0,3837	-1,05106	0,0000
$\phi_2$	-0,292775	0,0067	-1,82351	0,0000
$\phi_3$	0,659818	2,49E-09	-1,02555	0,0000
$\phi_4$	-0,0674201	0,0035	-0,968546	0,0000
$\phi_5$	-	-	-	-
$\theta_1$	0,192093	0,1375	0,928683	4,82E-293
$\theta_2$	0,269581	0,0124	1,69454	0,0000
$\theta_3$	-0,700706	1,75E-010	0,809214	7,37E-077
$\theta_4$	-	-	0,863549	1,22E-212
$\theta_5$	-	-	-0,0926597	8,33E-05

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

A Tabela 4 apresenta o teste de heterocedasticidade *Lagrange Multiplier* (ARCH-LM) para os resíduos do modelo ARMA de cada série. A hipótese nula estabelece a ausência do efeito ARCH nos resíduos, para um nível de significância de 5%. Pelos *p*-valores observados, percebe-se a existência de um padrão de heterocedasticidade nas séries.

Tabela 4 – Teste de heterocedasticidade ARCH-LM para as séries residuais Ibovespa e DJIAI.

	Resíduos Ibovespa	Resíduos DJIAI
Estatística de teste LM	527,715	516,426
<i>p</i> -valor	8,30E-112	2,27E-109

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

A Tabela 5 demonstra o teste Ljung-Box para os resíduos ao quadrado do modelo ARMA. Como os *p*-valores estão todos abaixo do nível de significância de 5%, pode-se afirmar que há uma dependência temporal entre os valores de cada série, justificando dessa forma os ajustes GARCH.

Tabela 5 – Teste Ljung-Box para as séries residuais quadráticas dos ajustes ARMA às séries Ibovespa e DJIAI.

Defasagem	$\chi^2$ (IBOV)	<i>p</i> -valor (IBOV)	$\chi^2$ (DJIAI)	<i>p</i> -valor (DJIAI)
1	56,4657	0,000	44,4952	0,000
2	367,1005	0,000	386,7739	0,000
3	479,6614	0,000	460,0004	0,000
4	618,6155	0,000	674,7090	0,000
5	921,9812	0,000	875,7373	0,000

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

Demonstradas as evidências de presença de heterocedasticidade nos resíduos e dependência temporal em suas respectivas séries quadráticas, os modelos GARCH foram aplicados aos resíduos dos retornos, os quais são pouco auto-correlacionados.

Realizadas as estimações, os melhores ajustes encontrados para os resíduos dos retornos do Ibovespa foi o GARCH (1,2), e para a série DJIAI, o GARCH (2,2). Considerando a expressão  $a_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$ , as equações resultantes dos ajustes para as duas séries residuais podem ser verificadas na Tabela 6. As significâncias de cada coeficiente foram testadas a um nível de significância de 5%, conforme demonstrado na Tabela 7.

Tabela 6 – Modelo final de ajuste para a volatilidade dos retornos do Ibovespa e do DJIAI.

Modelo	Equação de ajuste
Ibovespa Modelo GARCH(1,2)	$h_t = 0,846875h_{t-1} + 0,0465507a_{t-1}^2 - 0,0695412a_{t-2}^2 + 1,96786E - 05$
DJIAI Modelo GARCH(2,2)	$h_t = 0,00034 + 0,5830h_{t-1} + 0,121437a_{t-2}^2 + 2,34406E - 06$

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

A Tabela 7 estabelece os p-valores associados a cada coeficiente do modelo acima, para análise de significância, sendo que apenas um parâmetro da série Ibovespa e dois da DJIAI não são significativamente diferentes de zero.

Tabela 7 – Teste de significância dos coeficientes dos ajustes GARCH para as séries Ibovespa e DJIAI.

Parâmetro	Coefficiente (Ibovespa)	p-valor (Ibovespa)	Coefficiente (DJIAI)	p-valor (DJIAI)
const.	0,000628379	0,1330	0,000346501	0,0466
$\beta_0$	1,96786e-05	0,0002	2,34406E-06	0,0001
$\beta_1$	0,0465507	0,0205	2,99499E-012	0,783
$\beta_2$	0,0695412	0,0067	0,121437	1,17E-07
$\delta_1$	0,846875	7,70E-241	0,583018	0,0059
$\delta_2$	-	-	0,275211	0,1597

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

A Tabela 8 mostra os testes Ljung-Box para as séries de resíduos padronizados do modelo GARCH, e a Tabela 9 estabelece o mesmo teste para essas séries ao quadrado. Para um nível de significância de 5%, pode-se observar a inexistência de auto-correlação, indicando um bom ajuste da volatilidade por meio dos modelos GARCH, visto que para todas as defasagens os p-valores são superiores ao  $\alpha$  pré-estabelecido.

Tabela 8 – Teste Ljung-Box para as séries residuais padronizadas dos ajustes GARCH às séries Ibovespa e DJIAI.

Defasagem	$\chi^2$ (IBOV)	<i>p</i> -valor (IBOV)	$\chi^2$ (DJIAI)	<i>p</i> -valor (DJIAI)
1	1,1088	0,292	9,2713	0,102
2	3,0646	0,216	9,0410	0,097
3	3,3579	0,340	10,1499	0,118
4	3,5821	0,466	9,4680	0,059
5	3,5931	0,609	9,7543	0,083

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

Tabela 9 – Teste Ljung-Box para as séries residuais padronizadas ao quadrado dos ajustes GARCH às séries Ibovespa e DJIAI.

Defasagem	$\chi^2$ (IBOV)	<i>p</i> -valor (IBOV)	$\chi^2$ (DJIAI)	<i>p</i> -valor (DJIAI)
1	0,1729	0,678	0,0169	0,897
2	1,9127	0,384	0,0252	0,987
3	1,9150	0,590	0,0254	0,999
4	1,9680	0,742	0,0500	0,940
5	2,9677	0,705	0,1133	0,968

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

Em relação ao estudo de co-integração entre as séries, a metodologia de Johansen pode ser observada nas Tabelas 10 e 11. Como as estatísticas traço e máximo autovalor estão abaixo do valor crítico de 5%, há uma forte evidência de ausência de equilíbrio de longo prazo entre as séries.

Tabela 10 – Estatística Traço do teste de cointegração de Johansen entre as séries Ibovespa e DJIAI.

Hipótese		Estatística	0,05	
Nº de EC(s)	Autovalor	Traço	Valor Crítico	Prob
r = 0	0,002177	6,820414	25,87211	0,995
r ≤ 1	0,000933	2,044348	12,51798	0,9659

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

Tabela 11 – Estatística Máximo Autovalor do teste de cointegração de Johansen entre as séries Ibovespa e DJIAI.

Hipótese		Estatística	0,05	
Nº de EC(s)	Autovalor	Máx. Autovalor	Valor Crítico	Prob
r = 0	0,002177	4,776067	19,38704	0,9898
r ≤ 1	0,000933	2,044348	12,51798	0,9659

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

Pelo teste de causalidade de Granger, na Tabela 12, percebe-se que há uma causalidade unilateral da série DJIAI em relação ao Ibovespa. Já o indicador acionário brasileiro não exerce influência temporal sobre o norte-americano, dado que o respectivo p-valor é superior ao nível de significância de 5%.

Tabela 12 – Teste de causalidade de Granger entre as séries Ibovespa e DJIAI.

Hipótese nula	Estatística F	p-valor
DJIAI não Granger causa Ibovespa	3,34155	0,0052
Ibovespa não Granger causa DJIAI	1,31424	0,255

Fonte: Elaborado pelos autores (2014).

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelos resultados do trabalho, observa-se a existência de influência temporal por parte da série DJIAI, apesar da ausência de equilíbrio de longo prazo entre os indicadores acionários. Dessa forma, entende-se que a ausência de co-integração entre as séries pode ser explicada, em parte, pela divergência existente entre as volatilidades dos índices financeiros, visto que o Ibovespa apresenta uma variância condicional superior ao DJIAI.

Já a causalidade unidirecional do indicador americano pode ser explicada, em parte, pela relevância econômica deste, visto que o mesmo reflete o comportamento da maior economia do mundo e é considerado por muitos analistas o principal benchmark acionário existente atualmente. Dessa forma, mercados acionários periféricos, tal como o Ibovespa, são fortemente influenciados por meio da alta mobilidade de capitais, os quais por sua vez possuem como referência indicadores de economias centrais, como é o caso do Dow Jones Index.

Sendo assim, entende-se que os investidores devem estar atentos primordialmente aos movimentos e tendências do Dow Jones Industrial Average Index, visto que este é precedente temporal do Ibovespa, principalmente no que se refere a tendências de valorização/desvalorização. E, de acordo com os testes estatísticos, conclui-se que o índice brasileiro é mais indicado a investidores propensos ao risco, visto que este possui uma volatilidade superior em relação ao índice norte-americano, ou seja, os investidores podem obter maiores ganhos (e perdas) em um horizonte temporal relativamente curto. Por fim, dado que uma parcela significativa dos fluxos financeiros diridos ao financiamento do déficit em transações correntes do Brasil consiste em investimentos de portfólios, os *policy makers* brasileiros devem estar atento à volatilidade do Dow Jones Index, visto que o comportamento desse índice pode ensejar uma fuga de capitais em relação à economia brasileira, o que se traduz inevitavelmente em perda de autonomia na implantação de políticas domésticas.

## REFERÊNCIAS

BCB. **Banco Central do Brasil**. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br>>. Acesso em: 20 de fev. 2014.

BM&FBOVESPA S.A. **Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros**. Disponível em: <<http://www.bovespa.com.br>>. Acesso em: 15 de abr. 2014.

BOX, G. E.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. 3 ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1994.

BOLLERSLEV, T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307-327, 1986.

BROOKS, C.; ALISTAIR, G.; RITSON, A. Trading Strategy Based on the Lead-Lag Relationship Between the Spot Index and Futures Contract for the FTSE 100. **International Journal of Forecasting**, v. 17, p. 31-44, 2001.

CARNEIRO, F. G.; FARIA, J. R.; BARRY, B. S. Government revenues and expenditures in Guinea-Bissau: Causality and cointegration. **Journal of Economic Development**, v. 30, n. 1, p. 107-117, 2005.

EHLERS, R. S. **Análise de Séries Temporais**. Publicação Interna. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

ENGLE, R. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation. **Econometrica**, v. 50, p. 987-1007, 1982.

- ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. **Long-run economic relationship: readings in cointegration**. New York: Oxford University Press, 1991, 301p.
- GRANGER, C. W. J. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. **Econometrica**, v. 37, n. 3, 1969.
- HILL, P. C.; GRIFFITHS, W. E.; JUDGE, G. G. **Econometria**. 2. ed., São Paulo: Saraiva, 1003, 471p.
- JOHANSEN, S. Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in gaussian vector autoregressive models. **Econometrica**, v. 59, n. 6, p. 1551-1580, 1991.
- KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationary against the alternative of a unit root. **Journal of Econometrics**, v. 54, p. 159-178, 1992.
- METTE F.; MARTINS, M. Uma análise de co-integração entre o Índice Bovespa e o Índice Dow Jones. **Bussiness Review**, 2010.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2004.
- NYSE. **New York Securities Exchange**. Disponível em: <nyse.nyx.com>. Acesso em: 15 de abr.2014.
- SHIN, Y.; PESARAN, M. H. Cointegration and speed of convergence to equilibrium. **Journal of Econometrics**, v. 71, n. 1-2, p. 117-143, 1996.
- SILVA, D. T. **O Conteúdo Informacional Dos Contratos Futuros de IBOVESPA**. 167 f. Tese (Doutorado em Contabilidade) – Departamento de Contabilidade e Atuária, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2006.
- STOLL, H.; WHALEY, R. **The Dynamics of Stock Index and Stock Index Futures Returns**. Journal of Financial and Quantitative Analysis, v. 25, p. 441–468, 1990.
- TSE, K. Lead-Lag Relationships Between Spot Index and Futures Price of the Nikkei Stock Average. **Journal of Forecasting**, v. 14, p. 553–563, 1995.
- TSE, Y.; CHAN, W. The Lead-Lag Relation Between the S&P500 Spot and Futures Markets: An Intraday-Data Analysis Using a Threshold Regression Model. **Japanese Economic Review**, v. 61, p. 133–144, 2010.
- WAHAB; MAHMOUD; LASHGARI, M. Price Dynamics and Error Correction in Stock Index and Stock Index Futures Markets: A Cointegration Approach. **Journal of Futures Markets**, v. 13, p. 711–742, 1993.