

PROBLEMA DE ESTOQUE E ROTEIRIZAÇÃO

Patrícia Prado Belfiore (USP) patricia.belfiore@poli.usp.br

Oswaldo Luiz do Valle Costa (USP) oswaldo@lac.usp.br

Resumo

Este trabalho trata do problema de estoque e roteirização, que é uma extensão do problema de roteirização de veículos tradicional. O problema consiste em determinar quando e quanto entregar de mercadoria para cada cliente e quais roteiros de entregas utilizar, com o objetivo de minimizar os custos de estoque e distribuição de modo que as demandas dos clientes sejam atendidas.

***Palavras-chave:** Problema de estoque e roteirização; VMI (Estoque gerenciado pelo fornecedor); Otimização.*

1. INTRODUÇÃO

A eficiência e competitividade de cada empresa dependem do desempenho da cadeia de abastecimento, fazendo com que o ganho individual esteja diretamente inter-relacionado com o ganho total da cadeia de suprimentos.

Iniciativas importantes visando elevar os ganhos totais da cadeia têm surgido nas indústrias, com o amparo do Movimento ECR - Efficient Consumer Response, ou Resposta Eficiente ao Consumidor. Uma das técnicas propostas pelo ECR é o VMI - Vendor Managed Inventory - Estoque Gerenciado pelo Fornecedor - que tem sido muito disseminada na indústria mundial. O VMI tem como objetivo a redução de custos através da integração dos componentes da cadeia de abastecimento. O processo de reposição através do VMI pode ocorrer em qualquer elo da cadeia de abastecimento.

O VMI é uma técnica no qual o fornecedor controla os níveis de estoque de seus clientes, e decide quando e quanto entregar de mercadoria para cada cliente. Sendo assim, os cálculos são realizados por um algoritmo cadastrado no fornecedor, formado por parâmetros pré-estabelecidos pelo vendedor e comprador e baseado nas informações obtidas do cliente. Nesse modelo o cliente é apenas informado da quantidade que será enviada. Desta maneira, ele faz um acompanhamento, monitora, mas não controla o processo.

O VMI tem três características fundamentais: é automático, baseado na demanda real, e gerenciado pelo fornecedor.

O primeiro passo para o sucesso da política VMI requer disponibilidade e acurácia dos dados dos clientes. Para tomar decisões, o fornecedor tem acesso a informações importantes, tais como, níveis de estoques (disponibilidade de produtos) atual e passado de todos os clientes, comportamento da demanda do consumidor para previsão das taxas de consumo dos clientes, capacidade dos tanques dos clientes, distância e tempo de viagem dos clientes em relação ao fornecedor e entre eles, custos de transporte, custos de manutenção de estoques, custo de falta de estoque, e capacidade e disponibilidade de veículos e motoristas para entrega dos produtos.

Em muitas aplicações, o vendedor, além de controlar os estoques dos clientes, também administra uma frota de veículos para transportar os produtos aos clientes. Neste caso, o objetivo do vendedor é não só administrar o reabastecimento ótimo dos estoques como também a distribuição dos produtos. Este problema é chamado Problema de Estoque e Roteirização (IRP - Inventory Routing Problem). O IRP tem como característica a política VMI e desenvolve metodologias para solução deste problema.

O Problema de Estoque e Roteirização, que tem como característica a política VMI, beneficia tanto o vendedor quanto o cliente. Do lado do fornecedor, primeiramente, podem-se reduzir os custos de produção e estoque. A utilização de recursos é mais uniforme, o que reduz o montante dos recursos necessários, aumenta a produtividade dos mesmos, reduzindo o nível de estoque. Em segundo lugar, podem-se reduzir os custos de transporte através de uma utilização mais uniforme da capacidade de transporte. Fazer o planejamento através de uma informação disponível ao invés de basear-se em pedidos de clientes resulta num planejamento mais eficiente. Para o cliente, as vantagens são o aumento do nível de serviço, em termos de disponibilidade do produto, e o fato de que ele investe menos recursos no controle do nível de estoque e pedidos.

O item 2 consiste na definição do problema de Estoque e Roteirização. O item 3 apresenta a modelagem do problema e o item 4 a aplicação do modelo. Finalmente no último item constarão as considerações finais.

2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O Problema de Estoque e Roteirização (IRP) trata da distribuição de um único produto, a partir de um único centro de distribuição, que atende N clientes dentro de um horizonte de planeamen-

to T , possivelmente infinito. O cliente i consome o produto a uma taxa u_i e tem uma capacidade de armazenagem C_j . O nível de estoque do cliente i no instante t é I_i^t . A distribuição dos produtos é feita através de M veículos homogêneos e cada veículo tem uma capacidade C_v . A quantidade entregue ao cliente i pela rota r no instante t é Q_{ir}^t . O número total de rotas de entrega é R . Define-se c_r o custo de executar a rota $r = 1, \dots, R$ e $c_{est, i}$ o custo de armazenagem do cliente i .

O objetivo é minimizar o custo médio diário de distribuição durante o horizonte de planejamento de modo que não haja falta de estoques para os clientes. Pode-se adicionar ao modelo custos de estoque, custos de falta (admitindo que pode ocorrer falta de produtos).

O Problema engloba três fases:

1. Seleção das rotas
2. Determinar a cada dia quais rotas irão ocorrer e quanto entregar para cada cliente da rota durante cada visita
3. Roteirização de veículos: ordem de entrega dos clientes de cada rota.

3. MODELAGEM DE CADA UMA DAS FASES

Detalharemos a seguir cada uma das três fases.

3.1 FASE 1: SELEÇÃO DAS ROTAS

O objetivo da fase 1 é selecionar dentre todas as possíveis rotas, as rotas com menor custo e utilizá-las para a fase seguinte. A definição dos clientes que farão parte da mesma rota foi feita em função da localização geográfica dos mesmos, da taxa de consumo e da capacidade de armazenagem de cada um deles.

3.2 FASE 2: DETERMINAR A CADA DIA QUAIS ROTAS IRÃO OCORRER E QUANTO ENTREGAR PARA CADA CLIENTE DA ROTA DURANTE CADA VISITA.

Os modelos abaixo serão resolvidos pelo método *branch and bound* através do software What's Best! 6.0.

- a) Modelo de programação inteira mista para um único período (CAMPBELL et al., 1997).

Ao invés de tomar decisões a cada dia, este modelo decide quantas vezes durante um único período serão executadas cada uma das rotas. Temos os seguintes parâmetros:

- R → total de rotas de entrega
- c_r → custo de executar a rota r ; $r = 1, \dots, R$
- N → número de clientes
- u_i → taxa de consumo do cliente i , $i = 1, \dots, N$
- T → horizonte de planejamento
- C_j → capacidade de armazenagem do cliente i , $i = 1, \dots, N$
- C_v → capacidade do veículo

Variáveis de decisão:

Q_{ir} = volume total entregue ao cliente i na rota r no horizonte de planejamento T

x_r = frequência com que a rota r é executada no período T

$$\min \sum_r c_r x_r \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I_r} Q_{ir} \leq \min(C_v, \sum_{i \in I_r} C_i) x_r \quad r = 1, \dots, R \quad (2)$$

$$Q_{ir} \leq \min(C_v, C_i) x_r \quad r = 1, \dots, R, i = 1, \dots, N \quad (3)$$

$$\sum_{r \in R_i} Q_{ir} = T \mu_i \quad i = 1, \dots, N \quad (4)$$

$$x_r \text{ inteiro}, Q_{i,r} \geq 0. \quad (5)$$

Formularemos o problema como:

O objetivo é minimizar o custo médio diário de distribuição durante o horizonte de planejamento de modo que não haja falta de estoques para os clientes.

A restrição (1) garante que os volumes totais entregues aos clientes da rota no período é menor ou igual ao mínimo entre a capacidade do veículo e a capacidade total de armazenagem de todos os clientes, multiplicado pelo número de vezes que a rota é executada.

A restrição (2) garante que o volume total entregue ao cliente que pertence a rota não ultrapassará o mínimo entre a capacidade do veículo e a capacidade de armazenagem do cliente, multiplicado pelo número de vezes que a rota é executada.

A restrição (3) garante que o volume total entregue ao cliente no período é igual a sua taxa de consumo durante o período.

b) Modelo de programação inteira mista multi-período baseado nas idéias de Campbell et al.(1999).

Neste modelo, as decisões sobre quais rotas irão ocorrer, quanto entregar para cada cliente da rota e qual o melhor roteiro são tomadas diariamente.

Parâmetros:

R → total de rotas de entrega

c_r → custo de executar a rota r , $r = 1, \dots, R$

$c_{est,i}$ → custo de armazenagem do cliente i (R\$/item dia)

N → número de clientes

M → número de veículos disponíveis

T → horizonte de planejamento

u_i → taxa de consumo do cliente i , $i = 1, \dots, N$

C_j → capacidade de armazenagem do cliente i , $i = 1, \dots, N$

C_v → capacidade do veículo

I_i^0 → estoque inicial do cliente i , $i = 1, \dots, N$

I_i^t → nível de estoque do cliente i no instante t , $i = 1, \dots, N$, $t = 1, \dots, T$

T_r = duração da rota r (fração do dia)

T_d = tempo total disponível por dia

Variáveis de decisão:

Q_{ir}^t = volume total entregue ao cliente i da rota r no dia t

x_r^t = variável binária, indica se a rota r é executada no dia t ($x_r^t = 1$) ou não ($x_r^t = 0$)

O nível de estoque do cliente no instante pode ser definido como:

$$I_i^t = I_i^{t-1} + \sum_{r=1}^R Q_{ir}^t - u_i \quad (6)$$

A quantidade mínima a ser entregue ao cliente no final do dia é:

$$d_i^t = \max(0, tu_i - I_i^0) \quad (7)$$

A quantidade máxima a ser entregue ao cliente no final do dia é:

$$D_i^t = tu_i + C_i - I_i^0 \quad (8)$$

O Problema pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\min \sum_t \sum_r c_r x_r^t + \sum_t \sum_i c_{est,i} I_i^t \quad (9)$$

$$d_{it} \leq \sum_{s=1}^t \sum_{r \in R_i} Q_{ir}^s \leq D_{it} \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (10)$$

$$\sum_{i \in I_r} Q_{ir}^t \leq C_v x_r^t \quad r = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T \quad (11)$$

$$x_r^t \text{ binary}, 0 \leq Q_{i,r}^t \leq \min(C_v, C_i). \quad (12)$$

O objetivo do modelo é minimizar os custos de transporte e estoque de modo que a demanda de todos os clientes sejam atendidas. O modelo pode minimizar apenas os custos de distribuição, desconsiderando os custos de estoque, sujeito às mesmas restrições.

A restrição (4) garante que não haverá falta de estoque para o cliente e que a capacidade de armazenagem do cliente i não será excedida.

A restrição (5) garante que o volume total entregue aos clientes i da rota não excederá a capacidade do veículo.

Se o tempo total disponível por dia for limitado adicionamos a seguinte restrição:

$$\sum_{r=1}^R T_r x_r^t \leq |T_d| \quad t = 1, \dots, T. \quad (13)$$

A restrição (6) garante que o tempo necessário para executar as rotas não excederá o tempo disponível.

Caso o número de veículos (M) em cada período seja limitado, adiciona-se a seguinte restrição:

$$\sum_{r=1}^R x_r^t \leq M \quad t = 1, \dots, T \quad (14)$$

3.3 FASE 3: ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS

Nesta fase, a partir das soluções obtidas na Fase 1 e 2, determinam-se as rotas a serem percorridas em cada dia. O modelo pode ser resolvido pelo método *branch and bound* através do software LINGO 6.0.

Seja N o número de clientes a serem visitados.

Tem-se como variável de decisão:

A função objetivo do modelo é minimizar a distância total percorrida:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } j \text{ é atendido depois de } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (15)$$

As restrições são:

$$\min \sum_i \sum_j dist_{ij} x_{ij} \quad (16)$$

A restrição (8) garante que veículo sai de cada cliente j uma única vez.

$$\sum_{i \in I_r} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in I_r \quad (17)$$

A restrição (9) garante que veículo sai de cada cliente i uma única vez.

$$\sum_{i \in I_r} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in I_r \quad (18)$$

A restrição (10) garante que todos os clientes sejam atendidos.

$$u_i - u_j + Nx_{ij} \leq N - 1 \quad \begin{array}{l} \forall i \neq j; \quad i = 2, 3, \dots, N \\ \quad \quad \quad j = 2, 3, \dots, N \\ u_i \geq 0 \end{array}$$

4. APLICAÇÃO DOS MODELOS

Considere uma empresa distribuidora que adquire produtos químicos de um fabricante e os distribui para seus clientes. Além da distribuição do produto, a empresa é responsável pelo controle do nível de estoque de seus clientes. A distribuição é feita através de uma frota de veículos homogênea, a partir de um único depósito central que atende $N = 10$ clientes. O número de veículos disponíveis para entrega é $M = 2$. O objetivo da empresa é minimizar os custos de distribuição e estoque.

Foram adotadas as seguintes hipóteses: demanda determinística, horizonte de planejamento de cinco dias, cada veículo pode fazer uma única uma viagem por dia, um cliente pode pertencer a mais de uma rota, o custo de estoque é igual para todos os clientes, os estoques são mantidos nos clientes e não no depósito.

Os dados de demanda, capacidade e estoque inicial de cada cliente, em toneladas, estão na tabela abaixo:

	dem/sem	dem/dia	Capacidade	Est. inicial
Cliente 1	10	2	15	4
Cliente 2	8	1,6	9	3,2
Cliente 3	12,5	2,5	14	5
Cliente 4	8	1,6	10	3,2
Cliente 5	9	1,8	11	3,6
Cliente 6	10	2	12	4
Cliente 7	5	1	7	2
Cliente 8	15	3	17,5	6
Cliente 9	10	2	12	4
Cliente 10	8	1,6	10	3,2

TABELA 4.1: Dados dos clientes em toneladas

Temos a seguir dados de custos e capacidade do veículo:

$$C_{\text{est}} \text{ (R\$/t dia)} = 5/\text{t dia}$$

$$C_{\text{falta}} \text{ (R\$/t dia)} = 10/\text{t dia}$$

$$\text{Custo de transporte} = \text{custo fixo (R\$100/dia)} + \text{custo variável (R\$1/km)}$$

$$\text{Custo do pedido} = \text{R\$100,00}$$

$$\text{Capacidade do veículo} = 20 \text{ toneladas}$$

A tabela abaixo mostra a distância entre o depósito (representado na tabela por 0) e cada cliente e entre os clientes:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	45	31	47	34	19	30	32	35	20	42
1		21	43	55	58	x	49	x	x	35
2			27	29	38	56	48	x	50	44
3				33	50	x	x	x	x	x
4					19	36	x	x	45	x
5						18	56	50	25	x
6							59	44	17	x
7								30	41	18
8									25	50
9										56
10										4

TABELA 4.2: Distância entre o depósito e cada cliente e entre os clientes

4.1 RESULTADOS DA MODELAGEM

Serão descritos a seguir os resultados de cada fase.

4.1.1 Resultados da fase 1: Seleção das rotas

Com base na localização geográfica dos clientes, na taxa de consumo e na capacidade de armazenagem de cada um deles foram selecionadas as rotas. Os resultados encontram-se na tabela 3:

Rota	Cientes
1	2 e 3
2	1 e 3
3	4 e 5
4	7 e 10
5	8, 6 e 9

TABELA 3 – Rotas selecionadas para a fase 2

4.1.2 Resultados da fase 2: Determinar a cada dia quais rotas irão ocorrer e quanto entregar para cada cliente da rota durante cada visita

a) Modelo de programação inteira mista para um único período

A tabela 4 define a frequência ótima semanal das rotas (x_r) e Q_{ir} que é a quantidade entregue ao cliente pela rota no horizonte de planejamento T:

Cliente	Rota	Q_{ir}	x_r
1	2	10	1
2	1	8	1
3	1	7,5	1
3	2	5	1
4	3	8	1
5	3	9	1
6	5	2*5	2
7	4	5	1
8	5	2*7,5	2
9	5	2*5	2
10	4	8	1

TABELA 4 – Frequência da rota e quantidade entregue a cada cliente

b) Modelo de programação inteira mista multi-período

As rotas e as quantidades entregues são:

Cliente	Rota	Dia	Q_{ir}
1	2	Quarta	6
2	1	Segunda	4,8
3	1	Segunda	0
3	2	Quarta	7,5
4	3	Quarta	4,8
5	3	Quarta	5,4
6	5	Terça	2
6	5	Quinta	4
7	4	Terça	3
8	5	Terça	3
8	5	Quinta	6
9	5	Terça	2
9	5	Quinta	4
10	4	Terça	4,8

TABELA 5 – Rotas ocorridas e quantidade entregue a cada cliente

Apesar deste modelo minimizar tanto o custo de transporte quanto o custo de estoque, as frequências obtidas foram baixas, pois o custo de transporte tem um peso muito maior que o custo de estoque. Caso o modelo considere apenas os custos de transporte, busca-se maximizar as quantidades entregues aos clientes em cada viagem, respeitando as restrições de capacidade de veículo e armazenagem. Neste caso as quantidades entregues são menores, de forma a minimizar os custos de estoque.

4.1.3 Resultados da fase 3: Roteirização de veículos

Nesta fase determinou-se a seqüência das rotas percorridas em cada dia de acordo com os resultados obtidos na fase 1 e 2.

Rota 1 – clientes 2 e 3

Rota: 0 – 2 – 3 – 0

Rota 2 – clientes 1 e 3

Rota: 0 – 1 – 3 – 0

Rota 3 – clientes 4 e 5

Rota: 0 – 5 – 4 – 0

Rota 4 – clientes 7 e 10

Rota: 0 – 7 – 10 – 0

Rota 5 – clientes 6, 8 e 9

Rota: 0 – 6 – 9 – 8 – 0

5. CONCLUSÕES

Este trabalho estudou o Problema de Estoque e Roteirização (IRP) que tem como objetivo a redução de custos através da integração da cadeia logística. No IRP, que tem como característica a política VMI, o fornecedor controla os níveis de estoques dos clientes e é responsável pela distribuição dos produtos. O objetivo é desenvolver modelos de otimização para solução do problema de estoque e roteirização.

6. REFERÊNCIAS

- ANILY, S.; FEDERGRUEN, A. **Two-Echelon Distribution Systems with Vehicle Routing Costs and Central Inventories**. Operations Research 41, p.37-47, 1993.
- BELL, W.; DALBERTO, L.; FISHER, M.; GREENFIELD, A.; JAIKUMAR, R.; KEDIA, P.; MACK, R.; PRUTZMAN, P. **Improving the Distribution of Industrial Gases with an On-Line Computerized Routing and Scheduling Optimizer**. Interfaces 13, n.6, p.4-23, 1983.
- CAMPBELL, A.; CLARKE, L.; KLEYWEGT, A.; SAVELSBERGH, M. **The Inventory Routing Problem**. The Logistics Institute School of Industrial and Systems Engineering, GA 30332-0205, 1987.
- CAMPBELL, A.; CLARKE, L.; SAVELSBERGH, M. **An Inventory Routing Problem**. April 28, 1999.
- FEDERGRUEN, A.; ZIPKIN, P. **A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem**. Operations Research 32, p.1019-1037, 1984.

OZEKI, F. L.; ANDO, F. K.; LIMA, A. H. P.; YOSHIZAKI, H. T. Y. **O Problema do Milk Run:** Aplicação de um Modelo de Estoque-Roteirização em uma Indústria de Alimentos. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 20/Internacional Conference on Industrial Engineering and Operations Management 6, São Paulo. Anais, São Paulo: EPUSP/FCAV, 2000.

SHAPIRO, J. F. **Modeling the supply chain.** Pacific Grove. CA:Brooks/Cole-Thomson Learning, 2001.

WINSTON, W. L. **Introduction to Mathematical Programming.** Applications and Algorithms, 2.ed, Belmont, Ca.: Duxbury Press, 1995.

2º CONGRESSO ECR BRASIL. O ECR no Brasil-Scorecard. São Paulo, 2000.