

Um modelo de estoque e roteirização com demanda determinística e estocástica

Data de recebimento: 04/04/2007
Data de aprovação: 26/06/2007

Patrícia Prado Belfiore (CENTRO UNIVERSITÁRIO DA FEI) – patricia.belfiore@fei.edu.br
• Av. Prof. Luciano Gualberto, 908 - FEA 3 - sala 237, Cidade Universitaria – CEP 05508-900 – Sao Paulo-SP
Oswaldo Luiz do Valle Costa (POLI-USP) – oswaldo@lac.usp.br
Luiz Paulo Lopes Fávero (FEA-USP) – lpfavero@usp.br

Resumo

Este trabalho trata do problema de estoque e roteirização, que é uma extensão do problema de roteirização de veículos tradicional. O objetivo é desenvolver uma modelagem do problema e criar uma metodologia de solução, baseada em um modelo hierárquico de decisão. O problema consiste em determinar quando e quanto entregar de mercadoria para cada cliente e quais roteiros de entregas utilizar, com o objetivo de minimizar os custos de estoque e distribuição, de modo que as demandas dos clientes sejam atendidas.

Palavras-Chave: Estoque; Roteirização; Demanda determinística; Demanda estocástica.

Abstract

This paper analyses the inventory routing problem, which is an extension of the traditional vehicle routing problem. The objective is to develop a problem modeling and to create a methodology of solution based on a hierarchical decision model. The problem consists in determining when and how much merchandise needs to be delivered to each customer and which delivery routes can be used; the target is to minimize the inventory and distribution costs, so that the customer's demands can be attended.

Keywords: Inventory; Routing; Deterministic demand; Stochastic demand.

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, tendo em vista o aumento da competição global e os avanços tecnológicos, a logística passou a exercer um papel fundamental na gestão dos negócios empresariais. Nesse contexto, a satisfação do cliente torna-se um elemento fundamental no mercado atual e engloba disponibilidade do produto, agilidade e eficiência na entrega, entre outros elementos, fazendo com que as empresas busquem meios de melhorar e reduzir os custos dos processos logísticos.

A eficiência e competitividade de cada empresa dependem do desempenho da cadeia de abastecimento, fazendo com que o ganho individual esteja diretamente inter-relacionado com o ganho total da cadeia de suprimentos.

Iniciativas importantes, visando elevar os ganhos totais da cadeia, têm surgido nas indústrias, com o amparo do Movimento ECR – *Efficient Consumer Response* ou Resposta Eficiente ao Consumidor. Uma das técnicas propostas pelo ECR é o VMI – *Vendor Managed Inventory* – Estoque Gerenciado pelo Fornecedor – que tem sido muito disseminada na indústria mundial. O VMI tem como objetivo a redução de custos, através da integração dos componentes da cadeia de abastecimento. O processo de reposição, através do VMI, pode ocorrer em qualquer elo da cadeia de abastecimento.

O VMI é uma técnica na qual o fornecedor controla os níveis de estoque de seus clientes e decide quando e quanto entregar de mercadoria para cada um. Sendo assim, os cálculos são realizados por um algoritmo cadastrado no fornecedor, formado por parâmetros pré-estabelecidos pelo vendedor e comprador e baseado nas informações obtidas do cliente. Neste modelo, o cliente é apenas informado da quantidade que será enviada. Desta maneira, ele faz um acompanhamento, monitora, mas não controla o processo.

O VMI tem três características fundamentais: é automático, baseado na demanda real e gerenciado pelo fornecedor. O primeiro passo para o sucesso da política VMI requer disponibilidade e acurácia dos dados dos clientes. Para tomar decisões, o fornecedor tem acesso a informações importantes, tais como: níveis de estoques (disponibilidade de produtos) atual e passado de todos os clientes, comportamento da demanda do consumidor para previsão das taxas de consumo dos clientes, capacidade dos tanques dos clientes, distância e tempo de viagem dos clientes, em relação ao fornecedor e, entre eles, custos de transporte, custos de manutenção de estoques, custo de falta de estoque e capacidade e disponibilidade de veículos e motoristas para entrega dos produtos.

Em muitas aplicações, o vendedor, além de controlar os estoques dos clientes, também administra uma frota de veículos para transportar os produtos aos clientes. Neste caso, o objetivo do vendedor é não só administrar o reabastecimento ótimo dos estoques como também a distribuição dos produtos. Este problema é chamado Problema de Estoque e Roteirização (IRP – *Inventory Routing Problem*). O IRP tem como característica a política VMI e desenvolve metodologias para solução deste problema.

O Problema de Estoque e Roteirização que tem como característica a política VMI, beneficia tanto o vendedor quanto o cliente. Do lado do fornecedor, primeiramente, podem-se reduzir os custos de produção e estoque. A utilização de recursos é mais uniforme, o que reduz o montante dos recursos necessários e aumenta a produtividade, reduzindo o nível de estoque. Em segundo lugar, pode-se reduzir os custos de transporte, através de uma utilização mais uniforme da capacidade de transporte. Fazer o planejamento, através de uma informação disponível, ao invés de basear-se em pedidos de clientes, resulta num planejamento mais eficiente. Para o cliente, as vantagens são o aumento do nível de serviço, em termos de disponibilidade do produto e o fato de que ele investe menos recursos no controle do nível de estoque e pedidos (BELFIORE; COSTA, 2005).

Se esta política beneficia tanto o fornecedor quanto os clientes e é relativamente barata, por que não é aplicada em grande escala? A razão é, com certeza, a difícil tarefa de desenvolver uma estratégia de distribuição que minimize os custos totais de distribuição e estoque. Quanto maior o número de clientes envolvidos, mais difícil torna-se o problema.

Segundo Campbell *et al.* (1998), embora a tecnologia necessária para a implantação do controle de estoques

pelo fornecedor seja relativamente barata, uma das razões que impede a sua utilização, em larga escala, é a dificuldade de se determinar uma estratégia de distribuição que otimize tanto os custos quanto as ocorrências de falta de estoque nos clientes, o que vem a ser, efetivamente, a questão central do problema de estoque e roteirização.

A aplicação prática de modelos integrados de estoque e roteirização tem sido observada desde a distribuição de gases industriais e derivados de petróleo até o abastecimento de lojas de departamentos e distribuição de refrigerantes. Stalk *et al.* (1992) consideram que um eficiente planejamento integrado de reposição de estoques foi a peça central da estratégia competitiva adotada, com sucesso, pelo Wal-Mart; e foi o principal responsável pelo crescimento no final dos anos 80. Observa-se ainda que redes de supermercados vêm sistematicamente transferindo a responsabilidade de reposição de determinados produtos a seus fornecedores, o que amplia o leque de situações em que a aplicação de modelos integrados de estoque e roteirização pode ser essencial para a maior eficiência da cadeia de suprimentos (ZNAMENSKY; CUNHA, 2003).

Este trabalho apresenta um modelo de Estoque e Roteirização, além de uma metodologia de solução, que utiliza hierarquia de decisão. O método proposto é implementado em um estudo de caso real brasileiro. A apresentação do trabalho está descrita a seguir. O item 1 consiste na definição do problema de Estoque e Roteirização. O item 2 apresenta a revisão bibliográfica do problema de estoque e roteirização, tanto para o caso determinístico quanto estocástico. O item 3 descreve a modelagem do problema e o método de solução, enquanto o item 4 descreve o estudo de caso. A análise dos resultados é apresentada no item 5. As conclusões e futuras pesquisas vão a seguir.

2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE ESTOQUE E ROTEIRIZAÇÃO

O Problema de Estoque e Roteirização (IRP) estudado neste trabalho, trata da distribuição de um único tipo de produto, a partir de um centro de distribuição que atende N clientes, dentro de um horizonte de planejamento T , possivelmente infinito. O cliente i consome o produto a uma taxa u_i e tem uma capacidade de armazenagem C_i . O nível de estoque do cliente i no instante t , é I_i^t . A distribuição dos produtos é feita, através de M , veículos homogêneos e cada veículo tem uma capacidade C_v . A quantidade entregue ao cliente i , pela rota r , no instante t é Q_r^t . O número total de rotas de entrega é R . Define-se c_r o custo de executar a rota $r = 1, \dots, R$ e $c_{est,i}$ o custo de armazenagem do cliente i .

O objetivo é minimizar o custo médio diário de distribuição, durante o horizonte de planejamento, de modo que não haja falta de estoques para os clientes. Pode-se adicionar ao modelo, custos de estoque, custos de falta (admitindo-se que pode ocorrer falta de produtos) e até mesmo a função-lucro, em função dos produtos entregues ou das vendas.

A cada instante t , são tomadas decisões de roteamento de veículos e reabastecimento de estoque dos clientes. As decisões são tomadas diariamente.

O custo de uma decisão, no instante t , pode incluir:

- Custo de transporte c_j dos arcos (i, j) ;
- Lucro: se for entregue uma quantidade Q_i^t ao cliente i , no instante t , o vendedor tem um lucro de $L_i(Q_i^t)$;
- Penalidade de falta $p_i(s_i^t)$ se a demanda s_i^t do cliente i , no dia t , não for atendida. A demanda não atendida é tratada como demanda perdida e não atraso na entrega;
- Custo de manutenção do estoque do cliente i $c_{est,i}$ que pode ser definido como $c_{est,i}(I_i^{t-1} + Q_i^t - u_i)$, sendo que:
 - I_i^{t-1} – nível de estoque do cliente i no dia anterior.
 - Q_i^t – quantidade entregue ao cliente i no dia t .
 - u_i – demanda diária do cliente i .

O custo de manutenção do estoque, também pode ser modelado como uma função da média de estoque de cada cliente, durante o período de tempo.

O Problema engloba três fases:

1. Seleção das rotas:

Uma rota representa um grupo de clientes que serão visitados por um único veículo, sem especificar a ordem de entrega dos clientes da rota. A definição dos clientes que farão parte de uma mesma rota, depende de sua localização geográfica, da taxa de consumo e da capacidade de armazenagem de cada um deles.

2. Determinar, a cada dia, quais rotas irão ocorrer e quanto entregar para cada cliente da rota durante cada visita:

Selecionadas as possíveis rotas pela fase 1, a próxima etapa consiste em determinar para cada dia t , quais dessas rotas irão ocorrer e, conseqüentemente, quanto entregar para cada cliente da rota.

3. Roteirização de veículos: qual o melhor roteiro:

Na fase de roteirização, especifica-se a ordem de entrega dos clientes da rota, para cada uma das rotas obtidas na fase 2.

O volume total entregue em um dia, é limitado pela restrição de capacidade de veículo e, também, pode ser limitado pela restrição de tempo.

3. REVISÃO DA LITERATURA

3.1. Problema de Estoque e Roteirização com demanda determinística

Fisher e Jaikumar (1981) estudaram o problema de roteirização e estoque na empresa *Air Products*, produtora de gases industriais. A demanda é dada pelo limite máximo e mínimo do total de mercadorias entregues, para cada cliente, em cada período do horizonte de planejamento. Um modelo de programação inteira determina o número de entregas por cliente; o volume entregue para cada cliente, especifica as rotas e o seu tempo de início. Este modelo de programação inteira é resolvido pelo método dual Lagrangiano.

Bell *et al.* (1983) propuseram um modelo de programação inteira para o Problema de Roteirização e Estoque da *Air Products*. As decisões são tomadas, através de um sistema de decisão ou otimizador que, a partir de dados históricos, define as rotas para os próximos 2 a 5 dias. O sistema utiliza um algoritmo de relaxação Lagrangiana, para resolver o modelo de programação inteira mista. Primeiramente, um programa define possíveis rotas, com no máximo, quatro clientes por rota a serem inclusas no modelo de programação inteira mista. Definida as possíveis rotas, na primeira etapa, na segunda fase, o modelo de programação mista decide para cada instante de tempo, quais rotas serão selecionadas para cada veículo e a quantidade de mercadoria entregue para cada cliente, no final do dia.

Blumenfeld *et al.* (1985, 1987) analisaram redes de distribuição com entrega direta de fornecedor para consumidor ou via terminais de consolidação. São analisados os *trade-offs* entre essas duas formas de distribuição e identificadas as configurações de custo que tornam uma mais vantajosa que a outra. Uma extensão deste modelo é apresentada por Burns *et al.* (1985) que desenvolveram equações aproximadas, aplicadas tanto no caso em que os veículos visitam apenas um cliente por rota, quanto no caso de vários clientes por rota.

Dror et al. (1985) desenvolveram um modelo de programação inteira que define, para cada cliente, o dia t^* ótimo de reabastecimento e o aumento esperado no custo, se os clientes forem visitados no dia t , ao invés de t^* . Através da probabilidade de falta em um determinado dia no período de planejamento, do custo médio de entrega de mercadorias, do custo antecipado de falta, calcula-se o dia ótimo t^* de reabastecimento para cada cliente, que minimiza o custo total esperado. Se t^* cai dentro do período de planejamento de curto prazo, o cliente será visitado; e um valor c_t é computado para cada um dos dias no período de planejamento, que reflete um aumento nos custos futuros, se a entrega é feita no dia t , ao invés do dia t^* . Se t^* cai fora do período de planejamento de curto prazo, um ganho futuro g_t pode ser computado, por fazer a entrega ao cliente no dia t , do período de planejamento de curto prazo. Estes valores refletem os efeitos de longo prazo das decisões de curto prazo. Um modelo de programação inteira agrupa clientes aos veículos e minimiza a soma destes custos, mais o custo de transporte para um dia. O Problema do Caixeiro-Viajante ou Problema de Roteirização de Veículo resolve a segunda etapa. O problema anual é reduzido em uma série de subproblemas semanais.

Dror e Levy (1986) desenvolveram idéias similares a Dror et al. (1985). Utilizaram um modelo semelhante de programação, para um horizonte de tempo de uma semana, aplicando trocas de nós e arcos para reduzir custos no horizonte de planejamento. O horizonte é reduzido de uma base anual para uma base semanal, ou seja, a solução para o problema de estoque e roteirização, para uma base de tempo anual, consiste de uma seqüência de soluções semanais consecutivas, que gera rotas diárias. Os clientes são reabastecidos por um depósito central e o objetivo é minimizar o custo anual de distribuição, de forma que não haja falta de estoque para nenhum cliente em nenhum momento. A partir de uma solução inicial de um problema de roteirização de veículo (VRP), são apresentadas três heurísticas de melhoria, que são capazes de examinar e operar todas as rotas simultaneamente, baseadas no conceito de trocas de nós, em uma única rota ou entre várias rotas, similar a trocas de arcos em uma única rota. Este conceito de troca de nós ou troca de posições de clientes, em uma rota ou entre rotas, gera melhorias, devido à flexibilidade de trocas de posições de dois nós de clientes; um nó ou mesmo excluir ou inserir nós da solução de roteirização de veículos. Todos os três procedimentos são aplicados para o problema de estoque e roteirização (IRP) e melhoram a solução inicial do algoritmo de Clarke e Wright (1964) em torno de 50%.

Dror e Ball (1987) seguiram as mesmas idéias de Dror et al. (1985) e Dror e Levy (1986). O problema anual é reduzido em uma série de subproblemas semanais. Uma política ótima de reabastecimento, baseada em um único cliente é desenvolvida tanto para o caso de demanda determinística quanto estocástica. A estratégia de solução é baseada na heurística de Fischer e Jaikumar (1981), para o problema de roteirização de veículos e consiste na determinação dos dias de atendimento dos clientes pela resolução de um problema de alocação generalizada (*generalized assignment problem*), seguido da determinação dos roteiros de cada dia de atendimento, por meio de uma versão modificada da heurística de Clarke e Wright (1964). Após este resultado, aplica-se uma heurística de melhoria, baseada na busca local.

Larson (1988) propôs um método baseado na heurística das economias de Clarke e Wright (1964), que é aplicado, com sucesso, ao problema de coleta e transporte de resíduos gerados em estações de tratamento de água, da cidade de Nova Iorque. O método considera rotas fixas para a coleta dos resíduos das estações de tratamento de esgoto, a consolidação em estações de transbordo e o posterior transporte até seu destino final em alto mar. É importante ressaltar que neste caso, as demandas ou as quantidades de resíduos a serem coletados, não são determinísticas, mas seguem uma distribuição normal, sendo, no entanto, tratadas como determinísticas, a partir da especificação prévia de um nível de serviço. A utilização de rotas fixas faz com que alguns clientes tenham uma freqüência de visitas muito maior do que a necessária.

Benjamin (1989) estudou o problema de distribuição de vários fornecedores, para vários clientes, considerando custos de estoque nos fornecedores, nos clientes e nos custos de transporte. Partindo da decomposição do problema e da solução, de maneira independente, das etapas de determinação do lote econômico de produção, do problema de transporte e da determinação do lote econômico de pedido; e considerando que a solução exata do problema envolve a resolução de um problema de programação não linear, viável apenas para instâncias de menor porte, o autor apresenta uma heurística para a resolução si-

multânea dos três subproblemas de uma maneira conjunta. O modelo não considera roteiros de entrega e, sim, apenas distribuição direta fornecedor-consumidor, através de viagens redondas.

Chien et al. (1989) propuseram um modelo de programação inteira para resolver o problema de um único dia, baseado nas idéias de Federgruen e Zipkin (1984) e Golden et al. (1984), descritas no item 3.2 para demandas estocásticas. Mas no modelo de Chien et al., os dias não são independentes, um dia influencia no outro e as demandas são determinísticas. O problema é formulado, a partir de um modelo de programação inteira mista que aloca da melhor forma possível, a distribuição de estoques da fábrica para os clientes, agrupa os clientes em rotas e roteiriza. Os clientes são abastecidos, a partir de um único depósito. Um método de relaxação Lagrangiano e um método heurístico são usados para resolver o problema. O problema principal é decomposto em um subproblema de alocação de estoques e um subproblema de roteirização de veículos. O problema de multi-período é decomposto em séries de subproblemas de um único período, usando função objetivo de um único período.

Anily e Federgruen (1990) desenvolveram uma heurística que minimiza os custos de estoque e transporte para um horizonte infinito, de forma que todos os clientes sejam atendidos. Os clientes são abastecidos, a partir de um único depósito. Os estoques são mantidos nos clientes e não no depósito. Os clientes são divididos em regiões, de modo que a demanda de cada região seja igual à capacidade do veículo. Um cliente pode pertencer a mais de uma região. Quando o veículo visita um cliente na região, todos os clientes são visitados. Cada veículo é designado para uma região e decide-se quanto entregar para cada cliente, a frequência e a seqüência da rota. Este modelo adota, portanto, uma política de partição de clientes, definindo conjuntos fixos de clientes que serão tratados como regiões de atendimento.

Gallego e Simchi-Levi (1990) desenvolveram um modelo, com base nas idéias de Anily e Federgruen (1990), baseado na política de partição de clientes, para avaliar a eficácia de entregas diretas fornecedor-consumidor, em um horizonte de longo prazo. O sistema de distribuição consiste de um único depósito e vários clientes dispersos geograficamente. A conclusão é que este modelo é mais eficaz em relação a outras estratégias de problemas de roteirização e estoque, em pelo menos 94% dos casos, na condição que o tamanho do lote seja pelo menos 71% da capacidade do veículo. Portanto, o modelo não é viável quando a quantidade de mercadorias a ser entregue aos clientes, for muito menor que a capacidade do veículo.

A heurística de Anily e Federgruen (1990) foi criticada por Hall (1991), que mostrou que o modelo superestima os custos de distribuição, quando do fracionamento da demanda dos clientes, uma vez que não se considera a possibilidade de coordenação entre as entregas ou compartilhamento dos estoques. Em resposta às críticas recebidas, Anily e Federgruen (1991) argumentam que tais deficiências são inerentes à política de abastecimento adotada, em que cada região da partição é tratada independente das demais, mesmo que alguns pontos de entrega de várias regiões correspondam a um mesmo cliente físico. Segundo os autores, a heurística não deve ser avaliada, exclusivamente, pelo desempenho do pior caso ou sua comparação com o mínimo custo possível, devendo ser considerados também, aspectos positivos, tais como a facilidade de implementação e administração da estratégia de solução proposta.

Speranza e Ukovich (1994) estudaram o problema da distribuição de múltiplos produtos, no caso de entregas diretas. O problema consiste em determinar as frequências das entregas de cada produto, com o objetivo de minimizar os custos de transporte e estocagem. Os autores separam o problema, segundo uma frequência de atendimento adotada: única ou múltipla e segundo o tipo de consolidação adotado: por frequência ou por instante de atendimento. O problema é modelado como programação linear inteira ou inteira mista.

A partir das idéias de Gallego e Simchi-Levi (1990), Bramel e Simchi-Levi (1995) consideraram uma variação do problema de roteirização e estoque, no qual os clientes podem ter um nível de estoques ilimitado. O problema foi transformado em um problema de localização do concentrador capacitado (CCLP – *capacitated concentrator location problem*). Para que o modelo tenha solução, resolve-se o CCLP e transforma-se a solução em uma solução para o IRP. A solução para o CCLP divide os clientes em grupos que são servidos da mesma forma que as regiões de Anily e Federgruen (política de partição fixa).

Uma pequena variação do problema de estoque e roteirização é a estratégia do problema de estoque e roteirização discutida por Webb e Larson (1995), que tem como objetivo minimizar o número de veículos

para a entrega de mercadorias aos clientes, a partir de um único depósito. A informação é baseada na taxa de consumo dos clientes. O número mínimo de veículos deve ser capaz de continuar atendendo a todos os clientes, mesmo que haja uma variação na taxa de consumo dos clientes. Os clientes são divididos em grupos (*clusters*) e determina-se o roteiro para cada *cluster*. A partir daí, determina-se o número de veículos necessários. Os clientes podem pertencer a mais de uma rota. A seqüência de rotas é criada usando um modelo que minimiza a utilização do veículo, conseqüentemente minimiza o número de veículos. No modelo original de Larson (1988), todos os clientes de uma rota são visitados no mesmo dia, mesmo que não haja necessidade de atendimento iminente. Já no modelo de Webb e Larson (1995), os clientes são atendidos apenas quando necessário, resultando na otimização do custo da frota.

Chan et al. (1998) analisam a política de estoque zero, no qual o nível de estoque do cliente é reabastecido somente quando não há estoque. Eles também, propõem uma heurística de partição de clientes, baseada na resolução de um problema de localização de concentrador capacitado (*Capacitated Concentrator Location Problem – CCLP*), similar a de Bramel e Simchi-Levi (1995).

Campbell e Savelsbergh (2004) decompõem o problema em duas etapas. Na primeira fase, é resolvido um problema de programação inteira mista, que determina as quantidades a ser entregues aos clientes, os dias de atendimento e a designação de clientes por rotas. Na segunda fase, determina-se a programação efetiva das rotas, a partir dos resultados obtidos na primeira fase. Os autores propõem um procedimento de agregação geográfica de clientes e uma agregação dos períodos de tempo, à medida que se avança o horizonte de planejamento. Portanto, para o início do período de planejamento, é gerada uma roteirização diária, ao passo que para o final do período, gera-se uma roteirização semanal.

O modelo proposto no presente trabalho, adota demanda determinística e é uma extensão do modelo proposto por Campbell e Savelsbergh (2004).

3.2. Problema de estoque e roteirização com demanda estocástica

O problema de Fisher e Jaikumar (1981), descrito no item 2.1, considera tanto demanda determinística quanto estocástica.

Federgruen e Zipkin (1984) estudaram o Problema de Roteirização e Estoque para um único dia, baseado nas idéias do Problema de Roteirização Tradicional. O problema consiste em determinar, a cada dia, quais clientes visitar, quanto entregar para cada cliente e quais as rotas a seguir, de forma a minimizar os custos de transporte, estoque e falta no final do dia. Quando muito complexo, o problema pode ser decomposto em subproblemas, como um problema de alocação de estoque, que determina os custos de estoque e falta e vários Problemas do Caixeiro-Viajante, um para cada veículo, que define os custos de transporte para cada veículo. A idéia é construir uma solução inicial e melhorar a solução, alternando os clientes entre as rotas. O algoritmo termina, quando não há mais melhora na solução.

Golden et al. (1984) também, desenvolveram uma heurística para resolver o mesmo problema de Federgruen e Zipkin (1984). Eles usaram um modelo de simulação. A heurística define a “urgência” de cada cliente, que é determinada pelo nível de estoque disponível. Clientes com alta taxa de urgência têm prioridade durante a entrega de mercadorias. O Problema do Caixeiro-Viajante é construído. O tempo máximo de viagem permitido (TMAX) é determinado pelo número de veículos, multiplicado pelo tempo disponível em um dia. Os clientes são adicionados até que o limite seja alcançado ou não haja mais clientes. Cada cliente atingirá o nível máximo de estoque, quando receber mercadoria. Se o modelo não tiver solução, atribui-se um valor menor para TMAX.

O modelo de Dror e Ball (1987) descrito no item 3.1, também considera demanda estocástica.

Trudeau e Dror (1992) se basearam nas idéias de Dror et al. (1985) e Dror e Ball (1987) e contribuíram nesta linha. Um depósito central abastece os clientes. O objetivo é construir diariamente rotas de veículos

que resulte em uma operação eficiente para um horizonte de longo prazo, de modo que não haja falta de produto. A eficiência da operação é medida pela média das unidades entregues durante uma hora.

Anily e Federgruen (1993) propõem uma política de partição fixa, similar a Anily e Federgruen (1990); porém, neste caso, os intervalos entre atendimentos são arredondados para potências de dois. Este artifício permite que seja estimado o custo da política proposta, em relação a resultados encontrados na literatura, o que segundo os autores, não excede 6%.

Minkoff (1993) propôs uma heurística de decomposição, para reduzir os esforços computacionais. Bassok e Ernst (1995) consideram o problema de entrega de múltiplos produtos aos clientes.

Jaillet *et al.* (1997) também, seguiram as idéias de Dror e Levy (1986), Dror, Ball e Golden (1985), Dror e Ball (1987) e Trudeau e Dror (1992). O problema determina a programação para as próximas duas semanas, mas implementando somente a primeira semana. Há um depósito central que reabastece os clientes, com o objetivo de não haver falta de estoque, mas também inclui a idéia de “satellite facilities”. “Satellite facilities” são outros locais além do depósito, onde os veículos podem ser reabastecidos e continuar a entrega de mercadorias. É feita uma análise semelhante à de Dror e Ball para determinar o dia ótimo de reabastecimento para cada cliente, que determina a frequência ótima de entrega de mercadorias. A diferença é que apenas clientes que têm o dia ótimo de reabastecimento dentro das próximas duas semanas, são incluídos no problema de programação. Calculam-se também os custos adicionais, quando se muda a próxima visita de um cliente para um outro dia; porém mantendo a rota ótima para os futuros dias. O modelo considera demanda estocástica.

Barnes-Schuster e Bassok (1997) estudaram o Problema de Estoque e Roteirização aplicado a um único cliente.

Bard *et al.* (1998) também, estudaram um modelo de decomposição para o Problema de Estoques e Roteirização com “satellite facilities” (Jaillet *et al.*, 1997). É apresentada uma metodologia que permite decompor um problema de longo prazo e, assim, resolvê-lo diariamente. Determina-se a frequência ótima de reabastecimento para cada cliente, similar às idéias de Dror *et al.* (1985) e de Dror e Ball (1987), para um horizonte de tempo de duas semanas. Um depósito central e “satellite facilities” reabastecem vários clientes e o fornecimento de produtos é ilimitado. A única diferença entre o depósito e “satellite facilities” é que o depósito é o ponto de origem e destino de cada veículo. Os veículos saem do depósito, visitam vários clientes, reabastecem em um dos “satellite facilities”, se necessário, atendem outro subgrupo de clientes, reabastecem novamente em um dos “satellite facilities” e, no final da rota, retornam ao depósito. As entregas em um determinado dia devem ser completadas dentro de um intervalo de T horas. Três heurísticas são desenvolvidas para resolver o problema de roteirização de veículos, com “satellite facilities”.

Reiman *et al.* (1999) desenvolveram três tipos de problemas de estoque e roteirização com um único veículo.

Çetinkaya e Lee (2000) estudaram um problema, onde o vendedor acumula pedidos durante um intervalo de tempo T e, após o final do intervalo de tempo, são feitas as entregas aos clientes.

Kleywegt *et al.* (2002, 2004) estudaram um caso especial, baseado em um único cliente (*direct delivery*). Desenvolve-se um modelo markoviano de decisão, baseado no IRP, que é resolvido por Programação dinâmica, através de métodos de aproximação.

4. MODELAGEM DO PROBLEMA E METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

O problema estudado é decomposto em três fases, utilizando-se uma hierarquia de decisão. A primeira fase consiste em designar os clientes às rotas. Este modelo adota, portanto, uma política de partição de clientes, definindo conjuntos fixos de clientes, que serão tratados como regiões de atendimento. Já a segunda fase consiste em determinar, a cada dia, quais das rotas selecionadas na fase 1 irão ocorrer e quanto entregar de mercadoria para cada cliente da rota. Finalmente, na fase 3, determina-se a programação de entrega das rotas.

4.1. Fase 1: Seleção das rotas

Se fôssemos considerar todas as possíveis rotas para a próxima fase, desconsiderando esta fase inicial, o problema se tornaria muito complexo. Portanto, o objetivo da fase 1 é selecionar dentre todas as possíveis rotas, as rotas com menor custo e utilizá-las para a fase seguinte. O método é subjetivo e corre-se o risco de eliminar rotas ótimas.

Um dos problemas iniciais para seleção das rotas, é a estimação dos seus custos. Há vários modelos para estimar o custo de servir uma rota. O modelo mais simples assume que cada veículo visita uma única rota e todos os clientes que fazem parte da rota, serão visitados uma única vez. O custo ótimo de entrega é dado pela distância mínima percorrida para visitar todos os clientes (caixeiro-viajante).

O processo adotado para escolha das rotas é dividido em três etapas e está descrito abaixo:

a) Determinação da frequência de entrega de cada cliente, conforme Ozeki et al. (2000)

Determina-se a frequência ótima semanal de entrega de cada cliente ($freq_i$) e, conseqüentemente, a quantidade entregue em cada viagem, que pode ser calculada como o quociente entre a taxa de consumo semanal do cliente i (conhecida) e a sua frequência semanal ($Q_i = u_{i,sem} / freq_i$). Este modelo tem como função-objetivo minimizar os custos de pedido, os custos de transporte e os custos de estoque. Baseado no modelo do lote econômico, para cada cliente, a demanda e a frequência de pedidos ou tempo de reposição são constantes, no qual a cada pedido é entregue uma quantidade fixa Q_i . Portanto, o nível médio de estoque semanal do cliente i é metade do tamanho do lote ($\bar{I}_i = Q_i / 2 = u_{i,sem} / 2 freq_i$). A figura 1 mostra o perfil de estoque.

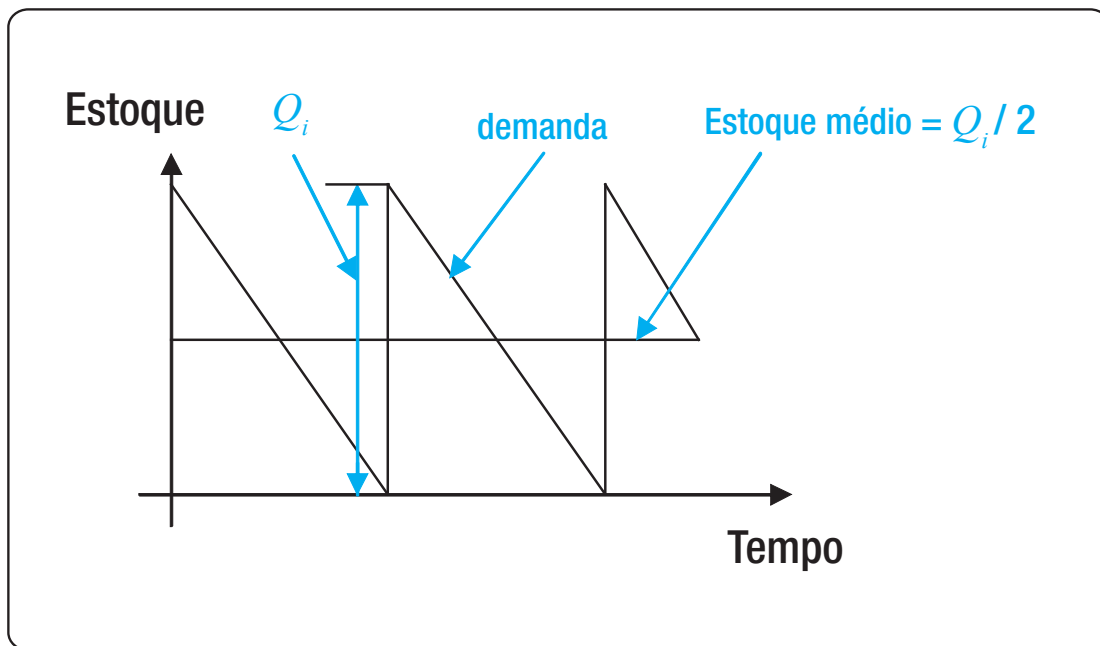


FIGURA 1 – Perfil de estoque ilustrando a variação dos níveis de estoque

A variável de decisão é a frequência semanal de entrega de cada cliente ($freq_i$). O modelo pode ser formulado, como:

$$\min \sum_{i=1}^N \left(c_{pi} freq_i + c_{tr} (\text{distância}_i) (freq_i) + c_{est,i} \left(\frac{7}{freq_i} \right) \left(\frac{u_{i,sem}}{2 freq_i} \right) \right) \quad (1)$$

em que:

$freq_i$ - frequência ótima semanal do cliente i ;
 $u_{i,sem}$ - demanda média semanal do cliente i ;
 c_{pi} - custo de pedido (R\$/pedido);
 c_{tr} - custo de transporte do depósito ao cliente i (R\$/km);
 distância $_i$ - distância do depósito ao cliente i ;
 $c_{est,i}$ - custo de estoque (R\$ / unidade dia)
 $\frac{7}{freq_i}$ - tempo médio de armazenagem por semana do cliente i ;
 $\frac{u_{i,sem}}{2 freq_i}$ quantidade média em estoque por semana do cliente i ;

Restrições:

- A quantidade entregue em cada viagem a cada cliente ($Q_i = u_{i,sem} / freq_i$), não pode exceder a capacidade de armazenagem (C_i) e a capacidade do veículo (C_v):

$$Q_i \leq \min(C_i, C_v) \quad (2)$$

- Cada cliente pode ser visitado no máximo m vezes por semana:

$$0 \leq freq_i \leq m \quad (3)$$

- As variáveis $freq_i$ são inteiras.

Como os custos dos clientes são independentes entre si, pode-se obter uma solução individual para cada cliente, por tentativa, para $freq_i = 1, \dots, m$.

b) Primeiramente, consideram-se todas as possíveis rotas. Porém, muitas delas possuem um alto custo e não satisfazem as restrições de capacidade de veículo e armazenagem e são automaticamente descartadas nesta fase. O objetivo é selecionar as rotas de menor custo, com base na localização, frequência ótima de entrega obtida no item (a) e quantidade entregue em cada viagem ($Q_i = u_{i,sem} / freq_i$), obtida em função da frequência ótima.

c) Se o número de rotas, obtido no item (b) ainda for muito grande, pode-se reduzir ainda mais o total de rotas através deste item. Porém, corre-se o risco de eliminar rotas ótimas. Caso o problema possa ser resolvido, considerando todas as rotas obtidas no item anterior, desconsidera-se esta fase.

Seja R_i o conjunto das rotas de entrega que atendem os clientes i ($r=1, \dots, R$), I_r o conjunto de clientes i ($i=1, \dots, N$) que são atendidos pela rota r . A variável de decisão é x_r que é a frequência semanal com que a rota r é executada. Pode-se formular o seguinte problema:

$$\min \sum_r c_r x_r$$

$$\text{s.a.} \sum_{r \in R_i} x_r = freq_i \quad (4)$$

$$\sum_{i \in I_r} Q_{ir} \leq C_v x_r \quad (5)$$

$$x_r \text{ inteiro} \quad (6)$$

em que:

c_r - distância percorrida pela rota r ;
 $freq_i$ - frequência ótima semanal do cliente i , obtida no item (a);
 Q_{ir} - quantidade entregue ao cliente i da rota r ;
 C_v - capacidade do veículo.

A restrição (4) garante que a soma das frequências das rotas que atendem o cliente i , seja igual à frequência ótima do cliente i , obtida no item (a).

A restrição (5) garante que a soma das quantidades entregues a cada cliente da rota ($Q_i = u_{i,sem} / freq_i$), não exceda a capacidade do veículo.

A restrição (6) garante que as variáveis x_r sejam inteiras.

Neste último item, desta primeira fase, selecionam-se as rotas finais para a fase seguinte, de acordo com os resultados obtidos em x_r . As frequências ótimas semanais de cada cliente e a quantidade entregue a cada cliente são conhecidas, de acordo com os resultados obtidos no item (a). A única variável de decisão é a frequência semanal de cada rota, o que diminui o tamanho do problema, facilitando a solução. O objetivo deste item não é determinar a frequência semanal de cada rota e, sim, apenas selecionar as rotas para a próxima fase.

4.2. Fase 2: Determinar a cada dia, quais rotas irão ocorrer e quanto entregar para cada cliente da rota durante cada visita

4.2.1. Modelos determinísticos:

a) Modelo de programação inteira mista para um único período (CAMPBELL *et al.*, 1998).

Ao invés de tomar decisões a cada dia, em relação às rotas que serão executadas, este modelo decide quantas vezes durante um único período T , serão executadas cada uma das rotas. Neste caso, o número de variáveis inteiras é reduzido.

Parâmetros:

R - total de rotas de entrega
 c_r - custo de executar a rota r , $r=1, \dots, R$
 N - número de clientes
 u_i - taxa de consumo do cliente i , $i=1, \dots, N$
 T - horizonte de planejamento
 C_i - capacidade de armazenagem do cliente i , $i=1, \dots, N$
 C_v - capacidade do veículo

Variáveis de decisão:

Q_{ir} - volume total entregue ao cliente i , na rota i , no horizonte de planejamento T
 x_r - frequência com que a rota r é executada no período T

Formularemos o problema, como:

$$\min \sum_r c_r x_r$$

$$\sum_{i \in I_r} Q_{ir} \leq \min(C_v, \sum_{i \in I_r} C_i) x_r \quad r = 1, \dots, R \quad (7)$$

$$Q_{ir} \leq \min(C_v, C_i) x_r \quad r = 1, \dots, R, i = 1, \dots, N \quad (8)$$

$$\sum_{r \in R_i} Q_{ir} = T \mu_i \quad i = 1, \dots, N \quad (9)$$

$$x_r \text{ inteiro, } Q_{i,r} \geq 0 \quad (10)$$

O objetivo é minimizar o custo médio diário de distribuição, durante o horizonte de planejamento, de modo que não haja falta de estoques para os clientes.

A restrição (7) garante que os volumes totais entregues aos clientes i , da rota r , no período, é menor ou igual ao mínimo entre a capacidade do veículo e a capacidade total de armazenagem de todos os clientes, multiplicado pelo número de vezes que a rota r é executada.

A restrição (8) garante que o volume total entregue ao cliente i , que pertence a rota r , não ultrapassará o mínimo entre a capacidade do veículo e a capacidade de armazenagem do cliente i , multiplicado pelo número de vezes que a rota r é executada.

A restrição (9) garante que o volume total entregue ao cliente i , no período, é igual à sua taxa de consumo durante o período. Já a restrição (10) garante que as variáveis x_r sejam inteiras e $Q_{i,r}$ positivas.

b) Modelo de programação inteira mista multi-período, baseado nas idéias de Campbell e Savelsbergh (2004).

Neste modelo, as decisões sobre quais rotas irão ocorrer, quanto entregar para cada cliente da rota e qual o melhor roteiro são tomadas diariamente.

Parâmetros:

R - total de rotas de entrega

c_r - custo de executar a rota r , $r=1, \dots, R$

$c_{\text{est},i}$ - custo de manutenção do estoque do cliente i (R\$ / unidade dia)

N - número de clientes

M - número de veículos disponíveis

T - horizonte de planejamento

u_i - taxa de consumo do cliente i , $i=1, \dots, N$

C_i - capacidade de armazenagem do cliente i , $i=1, \dots, N$

C_v - capacidade do veículo

I_i^0 - estoque inicial do cliente i , $i=1, \dots, N$

I_i^t - nível de estoque do cliente i , no instante t , $i=1, \dots, N$, $t=1, \dots, T$

T_r - duração da rota r (fração do dia)

T_d - tempo total disponível por dia

Variáveis de decisão:

Q_{ir}^t - volume total entregue ao cliente i da rota r no dia t

x_r^t - variável binária, indica se a rota r é executada no dia t ($x_r^t=1$) ou não ($x_r^t=0$)

O nível de estoque do cliente i , no instante t , pode ser definido como:

$$I_i^t = Q_i^{t-1} + \sum_{r=1}^R Q_{ir}^t - u_i \quad (11)$$

A quantidade mínima a ser entregue ao cliente i , no final do dia t , é:

$$d_i^t = \max(0, tu_i - I_i^0) \quad (12)$$

A quantidade máxima a ser entregue ao cliente i , no final do dia t , é:

$$D_i^t = tu_i + C_i - I_i^0 \quad (13)$$

O Problema pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \min \sum_t \sum_r c_r x_r^t + \sum_t \sum_i c_{est,i} I_i^t \\ d_{it} \leq \sum_{t=1}^t \sum_{r \in R_i} Q_{ir}^s \leq D_{it} \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I_r} Q_{ir}^t \leq C_v x_r^t \quad r = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T \quad (15)$$

$$x_r^t \text{ binário}, 0 \leq Q_{ir}^t \leq \min(C_v, C_i) \quad (16)$$

O objetivo do modelo é minimizar os custos de transporte e estoque, de modo que as demandas de todos os clientes sejam atendidas. O modelo pode diminuir apenas os custos de distribuição, desconsiderando os custos de estoque, sujeitos às mesmas restrições.

A restrição (14) garante que não haverá falta de estoque para o cliente i e que a capacidade de armazenagem do cliente i não será excedida.

A restrição (15) garante que o volume total entregue aos clientes i , da rota r , não excederá a capacidade do veículo.

Já a restrição (16) garante que as variáveis x_r^t sejam binárias e Q_{ir}^t positivas e menores que o mínimo entre a capacidade do veículo v e a capacidade de estocagem do cliente i .

Se o tempo total disponível por dia for limitado, adicionamos a seguinte restrição:

$$\sum_{r=1}^R T_r x_r^t \leq |T_d| \quad t = 1, \dots, T. \quad (17)$$

A restrição (17) garante que o tempo necessário para executar as rotas não excederá o tempo disponível. Caso o número de veículos (M), em cada período, seja limitado, adiciona-se a seguinte restrição:

$$\sum_{r=1}^R x_r^t \leq M \quad t = 1, \dots, T \quad (18)$$

4.2.2. Modelos estocásticos

Conforme Kleywegt et al. (2002, 2004), o IRP é modelado por um processo de decisão de Markov (MDP), com tempo discreto, com os seguintes componentes:

1. Estado $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ que representa o nível de estoque atual de cada cliente. O espaço de estado é $X=[0, C_1] \times [0, C_2] \times \dots \times [0, C_n]$, se a quantidade de produto pode variar continuamente ou $X = \{0, 1, \dots, C_1\} \times \{0, 1, \dots, C_2\} \times \dots \times \{0, 1, \dots, C_n\}$, se a quantidade de produto varia em unidade discreta.

$X_{it} \in [0, C_i]$ ou $X_{it} \in \{0, 1, \dots, C_i\}$ é o nível de estoque do cliente i , no tempo t .

$X_t = (X_{1t}, \dots, X_{nt}) \in X$ é o estado (ou vetor aleatório do nível de estoque) no tempo t .

2. Para qualquer estado x , $A(x)$ são as decisões factíveis no estado x .

$a \in A(x)$ indica:

- quais clientes receberão mercadoria
- quanto entregar para cada cliente
- como combinar clientes e rotas de veículos.

Para qualquer decisão a , $Q_i(a)$ é a quantidade de produto a ser entregue para o cliente i , enquanto executa a decisão a .

A restrição de capacidade de armazenagem pode ser expressa como $x_i + Q_i(a) \leq C_i$, para todo i , todo $x \in X$ e todo $a \in A(x)$. Assume-se que entre o período que se mede o nível de estoque x_i do cliente i e o período em que ocorre a entrega de mercadorias $Q_i(a)$, o produto não é usado.

3. A demanda aleatória do cliente i , no tempo t , é U_{it} . Para simplificar o problema, assume-se que as mercadorias entregues no tempo t chegarão em tempo de satisfazer a demanda no tempo t . Assim, a quantidade de produto gasta pelo cliente i , no tempo t , é $\min\{x_i + Q_i(A_i), U_{it}\}$.

A falta de estoque do cliente i , no tempo t , é $S_{it} = \max\{U_{it} - (x_i + Q_i(A_i)), 0\}$ e o nível de estoque do cliente i , no instante seguinte $t + 1$, é $X_{i,t+1} = \max\{x_i + Q_i(A_i) - U_{it}, 0\}$.

A distribuição de probabilidade F , conhecida das demandas dos clientes U_i dão uma matriz ou função de transição Q , conhecida da cadeia de Markov. Para qualquer estado $x \in X$, qualquer decisão $a \in A(x)$:

$$B \subseteq X, U(x, a, B) = \left\{ U \in R_t^N \left(\max\{x_1 + Q_1(a) - U_1, 0\}, \dots, \max\{x_N + Q_N(a) - U_N, 0\} \right) \in B \right\}$$

Portanto, $Q[B/x, a] = F[U(x, a, B)]$. Para qualquer estado $x \in X$, e qualquer decisão $a \in A(x)$,

$$P[X_{t+1} \in B / X_t = x, A_t = a] = Q[B/x, a] = F[U(x, a, B)]$$

4. Consideremos $g(x, a)$ o lucro esperado, se o processo está no estado x e no tempo t , e a decisão $a \in A(x)$ é implementada.

$$g(x, a) = \sum_{i=1}^N r_i(Q_i(a)) - \sum_{(i,j)} c_{i,j} k_{i,j}(a) - \sum_{i=1}^N h_i(x_i + Q_i(a)) - \sum_{i=1}^N E_F [p_i(\max\{U_{i0} - (x_i - Q_i(a)), 0\})]$$

em que c_{ij} é o custo de atravessar o arco (i, j) e k_{ij} é o número de vezes que o arco (i, j) é atravessado, enquanto executa a ação a ; E_F é o valor esperado em relação à distribuição de probabilidade F de U_i .

5. O objetivo é maximizar o valor esperado (lucro menos custos) ao longo do horizonte de planejamento infinito. As decisões A_t dependem somente de dados históricos do processo até o tempo t ($X_0, A_0, X_1, A_1, \dots, X_t$) já que não se sabe o que irá ocorrer no futuro.

4.3. Fase 3: Roteirização de veículos

Nesta fase, a partir das soluções obtidas na Fase 1 e 2, determinam-se as rotas a serem percorridas em cada dia.

Considere $R_i = \{r_i(1), \dots, r_i(n_i)\}$ a rota designada para o veículo i , onde $r_i(j)$ é o índice do j -ésimo cliente visitado e n_i é o número de clientes na rota. Assume-se que todas as rotas terminam no depósito, ou seja, $r_i(n_i + 1) = 0$.

Para cada rota R_k , o roteiro de entrega inicial é obtido de forma aleatória. A partir desta solução inicial, aplica-se a heurística de melhoria, descrita a seguir.

A heurística de melhoria tem como objetivo, reduzir a distância total da rota. A heurística é aplicada para cada rota R_k , $k = 1, \dots, m$. Para cada cliente i e j da rota $i = 1, \dots, n_k - 1$ e $j = i + 1, \dots, n_k$, a heurística verifica se ao trocar as posições $r_k(i)$ and $r_k(j)$, a distância total da rota é reduzida. Se a resposta for positiva e as restrições são respeitadas, as posições são trocadas. O procedimento para quando não há mais nenhuma troca que resulte em redução da distância total da rota.

5. ESTUDO DE CASO

O algoritmo proposto no item anterior, será aplicado em uma empresa varejista que adquire um determinado tipo de produto de um fornecedor e o distribui para mais de 100 lojas no Estado de São Paulo. Além da distribuição do produto, a empresa é responsável pelo controle do nível de estoque nas lojas. A distribuição é feita, através de uma frota de veículos homogênea, a partir de um único centro de distribuição, que atende todas as N lojas. O número de veículos disponíveis para entrega é ilimitado (a frota é terceirizada). O objetivo da empresa é minimizar os custos de estoque e roteirização. Foram adotadas as seguintes hipóteses:

- Demanda determinística
- Horizonte de planejamento de 7 dias
- Cada veículo pode fazer uma única entrega por dia
- Um cliente pode ser atendido por mais de uma rota
- O custo de estoque é igual para todas as lojas

Os resultados da fase 2 (quais rotas irão ocorrer e quanto entregar para cada cliente da rota) foram obtidos, através da resolução do modelo determinístico de programação inteira mista para um único período (item 3.2.1 a), que pode ser resolvido de forma ótima.

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os algoritmos propostos foram aplicados para resolução de um problema real de estoque e distribuição. Os custos de roteirização, resultantes do modelo, foram comparados com os fretes pagos às transportadoras. Já a diferença entre os custos de manutenção de estoque foi calculada com base no nível de estoque obtido no modelo e o nível de estoque real das lojas para o mesmo período. Os resultados obtidos estão listados a seguir.

TABELA 1 – Comparação entre os custos de roteirização.

Método	Custo total de roteirização (R\$)						
	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5	Dia 6	Dia 7
Real	15.259	16.784	14.322	15.594	13.742	13.992	14.758
Modelo	14.011	14.983	13.114	14.189	12.136	12.744	13.255
Diferença(%)	8.17%	10.7%	8.43%	9.00%	11.6%	8.9%	10.1%

TABELA 2 – Comparação entre os custos de manutenção de estoque.

Método	Custo de manutenção de estoque (R\$)						
	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5	Dia 6	Dia 7
Real	7.433	8.412	7.246	8.974	7.466	7.130	8.977
Modelo	6.587	7.648	6.478	8.117	6.834	6.320	8.111
Diferença(%)	11.4%	9.08%	10.6%	9.55%	8.46%	11.36%	9.65%

A tabela 3 apresenta o tempo de processamento do algoritmo proposto para cada um dos dias da semana.

TABELA 3 – Tempo de processamento.

Tempo de processamento (s)						
Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5	Dia 6	Dia 7
3807	4012	3701	3954	3598	3622	3714

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo, apresentar a modelagem de um Problema de Estoque e Roteirização, considerando tanto demanda determinística quanto estocástica e uma metodologia de solução, baseada em um modelo hierárquico de decisão.

O problema estudado foi decomposto em três fases. A primeira fase consistiu em selecionar rotas, designando os clientes às rotas. Este modelo adotou uma política de partição de clientes, definindo conjuntos fixos de clientes, que serão tratados como regiões de atendimento. Já a segunda fase teve como objetivo, determinar, a cada dia, a quantidade de produto a ser entregue a cada cliente da rota. Finalmente, na fase 3, determinou-se o melhor roteiro de entrega.

Os modelos de estoque e roteirização buscam conciliar duas funções conflitantes, tradicionalmente tratadas de maneira independente nas empresas, com o intuito de integrar e otimizar a cadeia de suprimentos como um todo.

A implantação de um projeto de VMI tem como principal obstáculo, principalmente no Brasil, o investimento em mudança comportamental, o que conseqüentemente prejudica o desenvolvimento de novos modelos. O presente trabalho contribuiu para a pesquisa e o desenvolvimento de metodologias de solução para o problema de estoque e roteirização que adota a política VMI, mostrando a importância da integração entre os membros da cadeia, como forma de reduzir os custos logísticos.

O algoritmo proposto foi aplicado na resolução de um problema real de estoque e distribuição, o que permitiu uma redução no custo total da frota e no custo de manutenção de estoques, comparado com a solução atual da empresa.

Como futuras pesquisas, espera-se uma integração ainda maior, incorporando aspectos de produção aos modelos de estoque e roteirização. Implementação de metaheurísticas tem sido bastante utilizada em problemas de grande escala, porém sua aplicação não foi encontrada no problema estudado, o que indica um campo de pesquisa promissor a ser explorado.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANILY, S.; FEDERGRUEN, A. One Warehouse Multiple Retailer Systems with Vehicle Routing Costs. *Management Science*, v. 36, nº. 1, pp. 92-114, 1990.

- ANILY, S.; FEDERGRUEN, A. Rejoinder to Comments on One-Warehouse Multiple Retailer Systems with Vehicle Routing Costs. **Management Science**, v. 37, n° 11, pp. 1497-1499, 1991.
- ANILY, S.; FEDERGRUEN, A. Two-Echelon Distribution Systems with Vehicle Routing Costs and Central Inventories. **Operations Research**, v. 41, n° 1, pp. 37-47, 1993.
- BARD, J.F.; HUANG, L.; JAILLET, P. E DROR, M. A Decomposition Approach to the Inventory Routing Problem with Satellite Facilities. **Transportation Science**, v. 32, n° 2, pp.189-203, 1998.
- BARNES-SCHUSTER, D.; BASSOK, Y. Direct Shipping and the Dynamic Single-depot/Multi-retailer Inventory System. **European Journal of Operational Research**, v. 101, n° 3, pp. 509-518, 1997.
- BASSOK, Y.; ERNST, R. Dynamic Allocations for Multi-Product Distribution. **Transportation Science**, v. 29, n° 3, pp. 256-266, 1995.
- BELFIORE, P. P.; COSTA, O. L. V. Problema de estoque e roteirização. **GEPROS Gestão da Produção, Operações e Sistemas**, v. 1, n° 1, pp. 6-15, 2005.
- BELL, W.; DALBERTO, L.; FISHER, M.; GREENFIELD, A.; JAIKUMAR, R.; KEDIA, P.; MACK, R.; PRUTZMAN, P. Improving the Distribution of Industrial Gases with an On-Line Computerized Routing and Scheduling Optimizer. **Interfaces**, v. 13, n° 6, pp. 4-23, 1983.
- BENJAMIN, J. An Analysis of Inventory and Transportation Costs in a Constrained Network. **Transportation Science**, v. 23, n° 3, pp. 177-183, 1989.
- BLUMENFELD, D.E.; BURNS, L. D.; DILTZ, J.D.; DAGANZO, C.F. Analyzing Trade-Offs between Transportation, Inventory and Production Costs on Freight Networks. **Transportation Research B**, v. 19 B, n° 5, pp. 361-380, 1985.
- BLUMENFELD, D.E.; BURNS, L. D.; DAGANZO, C.F.; FRICK, M. C.; HALL, R. W. Reducing Logistics Costs at General Motors. **Interfaces**, v. 17, n° 1, pp. 26-47, 1987.
- BRAMEL, J.; SIMCHI-LEVI, D. A Location Based Heuristic for General Routing Problems. **Operations Research**, v. 43, n° 4, pp. 649-660, 1995.
- BURNS, L.D.; HALL, R.W.; BLUMENFELD, D.E.; DAGANZO, C. F. Distribution Strategies that Minimize Transportation and Inventory Costs. **Operations Research**, v. 33, n° 3, pp. 469-490, 1985.
- CAMPBELL, A.; CLARKE, L.; KLEYWEGT, A.; SAVELSBERGH, M. W. P. The inventory routing problem. *In: Fleet Management and Logistics*, GRAINIC, T. G.; LAPORTE, G. (ed.), Kluwer Academic Publishers, pp. 95-113, 1998.
- CAMPBELL, A. M.; SAVELSBERGH, M. W. P. A Decomposition Approach for the Inventory-Routing Problem. **Transportation Science**, v.38, n°4, pp.488-502, 2004.
- ÇETINKAYA, S.; LEE, C.Y. Stock Replenishment and Shipment Scheduling for Vendor Managed Inventory Systems. **Management Science**, v. 46, n° 2, pp. 217-232, 2000.
- CHAN, L.M.A.; FEDERGRUEN, A.; SIMCHI-LEVI, D. Probabilistic Analysis and Practical Algorithms for Inventory-Routing Models. **Operations Research**, v. 46, n° 1, pp. 96-106, 1998.
- CHIEN, T.W.; BALAKRISHNAN, A.; WONG; R.T. An Integrated Inventory Allocation and Vehicle Routing Problem. **Transportation Science**, v. 23, n° 2, pp. 67-76, 1989.
- CLARKE, G.; WRIGHT, J.W. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. **Operations Research**, v. 12, n° 4, pp. 568-581, 1964.
- DROR, M.; BALL, M.; GOLDEN, B.; A Computational Comparison of Algorithms for the Inventory Routing Problem. **Annals of Operations Research**, v. 4, pp. 3-23, 1985.
- DROR, M.; BALL, M. Inventory/Routing: Reduction from an Annual to a Short Period Problem. **Naval Research Logistics Quarterly**, v. 34, n° 6, pp. 891-905, 1987.
- DROR, M.; LEVY, L. A Vehicle Routing Improvement Algorithm Comparison of a “Greedy” and a Matching Implementation for Inventory Routing. **Computers and Operations Research**, v. 13, n° 1, pp. 33-45, 1986.
- FEDERGRUEN, A.; ZIPKIN, P. A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem. **Operations Research**, v. 32, n° 5, pp. 1019-1037, 1984.
- FISHER, M.; JAIKUMAR, R. A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing. **Networks**, v. 11, n° 2, pp. 109-124, 1981.

- GALLEGO, G.; SIMCHI-LEVI, D. On the Effectiveness of Direct Shipping Strategy for the One-Warehouse Multi-Retailer R-Systems. **Management Science**, v. 36, n.º. 2, pp. 240-243, 1990.
- GOLDEN, B.; ASSAD, A.; DAHL, R. Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component. **Large Scale Systems**, v. 7, n.º. 2-3, pp.181-190, 1984.
- HALL, R.W. Comments on One-warehouse multiple retailer systems with vehicle routing costs. **Management Science**, v. 37, n.º. 11, pp. 1496-1497, 1991.
- JAILLET, P.; HUANG, L.; BARD, J.; DROR, M. **A Rolling Horizon Framework for the Inventory Routing Problem**. Technical report, Department of Management Science and Information Systems, University of Texas, Austin, TX, 1997.
- KLEYWEGT, A.J.; NORI, V. S.; SAVELSBERGH, M.W.P. The stochastic inventory routing problem with direct deliveries. **Transportation Science**, v. 36, pp. 94-118, 2002.
- KLEYWEGT, A.J.; NORI, V.S.; SAVELSBERGH, M.W.P. Dynamic Programming Approximations for a Stochastic Inventory Routing Problem. **Transportation Science**, v.38, n.º.1, pp. 42-70, 2004.
- LARSON, R.C. Transporting Sludge to the 106-Mile Site: An Inventory/Routing Model for Fleet Sizing and Logistics System Design. **Transportation Science**, v. 22, n.º. 3, pp. 186-198, 1988.
- MINKOFF, A.S. A Markov Decision Model and Decomposition Heuristic for Dynamic Vehicle Dispatching. **Operations Research**, v. 41, n.º. 1, pp. 77-60, 1993.
- OZEKI, F. L.; ANDO, F. K.; LIMA, A. H. P.; YOSHIZAKI, H. T. Y. **O problema do milk run: aplicação de um modelo de estoque-roteirização em uma indústria de alimentos**. *In*: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 20/Internacional Conference on Industrial Engineering and Operations Management, v. 6, São Paulo. Anais, São Paulo: EPUSP/FCAV, 2000.
- REIMAN, M.I.; RUBIO, R.; WEIN, L.M. Heavy Traffic Analysis of the Dynamic Stochastic Inventory-Routing Problem. **Transportation Science**, v. 33, n.º. 4, pp. 361-380, 1999.
- SPERANZA, M.G.; UKOVICH, W. Minimizing Transportation and Inventory Costs for Several Products on a Single Link. **Operations Research**, v. 42, n.º. 5, pp. 879-894, 1994.
- STALK, G.; EVANS, P.; SHULMAN, L. E. Competing on capabilities: the new rules of corporate strategy. **Harvard Business Review**, v. 70, n.º. 2, pp. 57-69, 1992.
- TRUDEAU, P.; DROR, M. Stochastic Inventory Routing: Route Design with Stockouts and Route Failures. **Transportation Science**, v. 26, n.º. 3, pp. 171-184, 1992.
- WEBB, R.; LARSON, R. Period and Phase of Customer Replenishment: A New Approach to the Strategic Inventory/Routing Problem. **European Journal of Operational Research**, v. 85, n.º. 1, pp. 132-148, 1995.
- ZNAMENKY, A.; CUNHA, C. B. O problema de estoque-roteirização com demanda determinística. **Revista Transportes**, vol. XI, pp. 31-40, dezembro 2003.