

Métodos de pontos interiores/exteriores com correção de inércia para a solução do problema de fluxo de potência ótimo reativo com variáveis discretas

Interior/exterior point methods with inertia correction for the solution of the reactive optimal power flow problem with discrete variables

Leonardo Nepomuceno¹ - Univ. Estadual Paulista - Fac. de Eng. de Bauru - Dep. de Eng. Elétrica
Marielena Fonseca Tófoli² - Univ. Estadual Paulista - Fac. de Eng. de Bauru - Dep. de Eng. Elétrica

RESUMO Os Métodos de Pontos Interiores e Exteriores têm sido utilizados para resolver o problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR). Entretanto, a solução do problema de FPOR fica dificultada quando, em sua formulação, os *taps* dos transformadores e os *shunts* dos bancos de capacitores e reatores são representados por variáveis discretas. Este trabalho investiga a solução do FPOR com a representação das variáveis discretas em sua formulação. A metodologia de solução proposta trata tais variáveis discretas através de uma função penalidade senoidal e o problema penalizado é resolvido pelo método de pontos interiores/exteriores. Devido a problemas causados pela inserção da função penalidade, é proposta uma correção de inércia de modo a corrigir tais problemas e garantir uma convergência de otimalidade local para o problema penalizado. Simulações são feitas nos sistemas IEEE de 14 e 30 barras por meio de uma implementação realizada em Matlab. Os resultados apresentados mostram a eficiência da função penalidade para o tratamento das variáveis discretas do problema de FPOR e a necessidade da correção de inércia para garantir apenas pontos de mínimos locais.

Palavras-chave: Fluxo de potência ótimo reativo. Método de pontos interiores e exteriores. Correção de inércia. Variáveis discretas.

ABSTRACT *Interior and Exterior Points Methods have been used for solving the Optimal Reactive Power Flow (ORPF) problem. However, the solution of the the ORPF problem is hampered when transformers tap ratios and the shunts of capacitor banks and reactors are represented by discrete variables. This work investigates the ORPF solution with the representation of the discrete variables. The proposed solution approach treats such discrete variables by means of a sinusoidal penalty function and the penalized problem is solved by the method of interior/exterior points. Due to problems caused by the insertion of the penalty function, an inertia correction strategy is proposed to correct such problems and also to assure convergence to local optima for the penalized problem. Simulations are performed on IEEE 14- and 30-bus test systems by an implementation performed in Matlab. Results presented show the efficiency of the penalty function for handling the discrete variables of the ORPF problem. Results also highlight the need for using inertia correction strategy to assure that only local minima are obtained.*
Keywords: *Optimal Reactive Power Flow. Interior and Exterior Point Methods. Inertia Correction. Discrete Variables.*

1. e-mail: leo@feb.unesp.br

2. Av. Engenheiro Luís Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Núcleo Residencial Presidente Geisel, Bauru – SP, 17033-360, tofoli.mf@gmail.com;

NEPOMUCENO, L.; TÓFOLI, M. F. Métodos de pontos interiores/exteriores com correção de inércia para a solução do problema de fluxo de potência ótimo reativo com variáveis discretas. **GEPROS. Gestão da Produção, Operações e Sistemas**, Bauru, Ano 13, nº 1, jan-mar/2018, p. 207-223.

DOI: 10.15675/gepros.v13i1.2020

1. INTRODUÇÃO

O problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR) objetiva-se a calcular pontos de operação para um Sistema de Energia Elétrica (SEE) que otimizem algum critério associado à parte reativa de um sistema de transmissão, levando em conta os limites físicos e operacionais do SEE. O FPOR consiste em um problema de otimização não linear com variáveis contínuas e discretas, não convexo e de grande porte. A representação dos *taps* dos transformadores e/ou de bancos de capacitores/reatores de forma mais precisa, utilizando-se conjuntos de valores discretos, torna o FPOR um problema de otimização não linear Discreto Misto (aqui denominado, FPOR-DM), cuja solução é computacionalmente mais difícil. A solução do FPOR-DM nem sempre pode ser obtida por meio da utilização de pacotes computacionais, dadas as sua natureza discreto-mista. Assim, novas técnicas têm sido pesquisadas para o tratamento das variáveis discretas, de modo a resolver o problema.

Três abordagens têm sido utilizadas a solução do FPOR-DM: (i) abordagens meta-heurísticas, tais como algoritmos de enxames de partículas, algoritmos genéticos e métodos híbridos, que integram algoritmos genéticos e métodos de pontos interiores, etc.; (ii) abordagens que relaxam as restrições de integralidade sobre as variáveis discretas, tornando o FPOR-DM um problema contínuo, e introduzindo restrições adicionais para forçar que as variáveis discretas assumam somente os valores estabelecidos nos respectivos conjuntos discretos. Destacam-se os métodos de decomposição de Benders, os métodos de arredondamentos progressivos, os métodos que integram otimização não linear e planos de corte, etc.; (iii) abordagens que utilizam funções penalidade para as variáveis discretas, as quais são aqui investigadas.

As funções penalidade têm como objetivo penalizar as variáveis discretas que assumem valores não discretos pré-estabelecidos. Quando tais funções são minimizadas em conjunto com a função objetivo original do FPOR-DM, as variáveis discretas são iterativamente levadas a assumir valores de seu conjunto discreto na solução. (SOLER et al., 2013) propõe a primeira função penalidade senoidal especificamente pensada para o FPOR-DM. Na mesma linha de investigação, (SILVA, 2016) propõe uma função penalidade do tipo polinomial que se aplica melhor a situações em que o conjunto discreto possui elementos

não igualmente espaçados. Os trabalhos de (SOLER et al., 2013), (LAGE, 2013) e (SILVA, 2016) mostram que problemas de FPOR-DM de médio porte são eficientemente resolvidos por abordagens baseadas em funções penalidade. Entretanto, tais funções podem inserir não convexidades adicionais ao problema, o qual passa a possuir múltiplos mínimos e máximos locais. Nestes casos, métodos baseados na solução das condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) podem encontrar pontos estacionários quaisquer: mínimos, máximos ou sela. Assim, é necessário garantir que apenas os pontos de mínimo sejam obtidos para o FPOR-DM, caso contrário, soluções não discretas podem ser calculadas. Alguns pacotes computacionais (WÄCHTER e BIEGLER, 2005) possuem estratégias internas tais como filtros, região de confiança e correções de inércia, que buscam tornar o algoritmo mais robusto e evitar que este convirja para pontos de sela ou máximo.

Neste trabalho, propõe-se um método de pontos interiores/exteriores para a solução do FPOR-DM. Para evitar a obtenção de pontos de máximo e/ou sela, propõe-se uma estratégia de correção de inércia sobre a matriz Hessiana da função Lagrangiana do problema de modo a garantir a obtenção de apenas pontos de mínimo para o FPOR-DM.

Os resultados com os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 barras buscam mostrar a necessidade e a eficiência da estratégia de correção de inércia aqui proposta quando métodos baseados na função de penalidade são utilizados para resolver o FPOR-DM.

2. PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO REATIVO

O modelo de Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR) inicialmente proposto por (CARPENTIER, 1962), é utilizado na operação e planejamento de sistemas elétricos. Quando os *taps* de transformadores e/ou bancos de capacitores/reatores *shunt* são modelados por meio de variáveis discretas, O FPOR se torna um problema de otimização não linear discreto-misto (FPOR-DM) descrito a seguir.

2.1. Formulação

O FPOR-DM tem como objetivo a minimização das perdas na transmissão $P(V,t,\theta)$, dadas em (1a), considerando restrições de balanço de potência ativa e reativa nas barras do sistema, dadas em (1b) e (1c) respectivamente; limites na geração de potência reativa em barras de tensão controlada, dadas em (1d); limites nas magnitudes de tensão em todas as barras, dadas em (1e) e, restrições de sobre os valores discretos para os *taps* dos transformadores, dadas em (1f):

$$\begin{aligned}
 \text{Min } & P(V,t,\theta) & (a) \\
 \text{s.a: } & \Delta P_k(V,t,\theta) = 0, & \forall k \in G' \cup C & (b) \\
 & \Delta Q_k(V,t,\theta) = 0, & \forall k \in C & (c) \\
 & Q_{G_k}^{\min} \leq Q_{G_k}(V,t,\theta) \leq Q_{G_k}^{\max}, & \forall k \in G & (d) \\
 & V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max}, & \forall k \in B & (e) \\
 & t_{km} \in \Gamma_{km}, & \forall (k,m) \in T & (f)
 \end{aligned} \tag{1}$$

em que: Q_{G_k} é a potência reativa gerada na barra k ; $Q_{G_k}^{\min}$ é o limite mínimo de injeção de potência reativa na barra k ; $Q_{G_k}^{\max}$ é o limite máximo de injeção de potência reativa na barra k ; V_k^{\min} é o limite mínimo da magnitude de tensão da barra k ; V_k^{\max} é o limite máximo da magnitude de tensão da barra k ; t_{km} é o tap do transformador conectado às barras k e m ; G é o conjunto das barras com controle de tensão do sistema (barras de geração e com compensadores síncronos); G' é o conjunto das barras de geração do sistema, exceto a barra *slack*; C é o conjunto das barras de carga do sistema; B é o conjunto de todas as barras do sistema; T é o conjunto de transformadores em-fase do sistema; Γ_{km} é o conjunto de valores discretos que os *taps* de transformadores em-fase do ramo km podem assumir; V_k é a magnitude da tensão da barra k ; V é o vetor das magnitudes de tensão em todas as barras do sistema; θ é o vetor dos ângulos das tensões do sistema; t_{km} é o tap do transformador conectado às barras k e m ; t é o vetor dos *taps* dos transformadores do sistema.

As funções matemáticas para a função objetivo e para o balanço de potência ativa e reativa do problema (1) são descritas de (2) - (4) a seguir:

$$P(V, t, \theta) = \sum_{(km) \in \Lambda} g_{km} \left(\left(\frac{V_k}{t_{km}} \right)^2 + V_m^2 \right) - \frac{2g_{km} V_k V_m \cos \theta_{km}}{t_{km}} \quad (2)$$

$$\Delta P_k(V, t, \theta) = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km} - P_{G_k} + P_{C_k} \quad (3)$$

$$\Delta Q_k(V, t, \theta) = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km} - Q_{G_k} + Q_{C_k} - Q_k^{sh} \quad (4)$$

As expressões para os fluxos de potência ativa e reativa em (3) e (4) são dadas conforme (5) e (6):

$$P_{km} = \begin{cases} g_{km} \left(\frac{V_k}{t_{km}} \right)^2 - \frac{V_k V_m}{t_{km}} g_{km} \cos(\theta_{km}) - \frac{V_k V_m}{t_{km}} b_{km} \sin(\theta_{km}), & \text{se } k \text{ é nó inicial} \\ g_{km} V_k^2 - \frac{V_k V_m}{t_{km}} g_{km} \cos(\theta_{km}) - \frac{V_k V_m}{t_{km}} b_{km} \sin(\theta_{km}), & \text{se } k \text{ é nó final} \end{cases} \quad (5)$$

$$Q_{km} = \begin{cases} -\left(\frac{b_{km}}{t_{km}^2} + b_{km}^{sh} \right) V_k^2 + \frac{V_k V_m}{t_{km}} b_{km} \cos(\theta_{km}) - \frac{V_k V_m}{t_{km}} g_{km} \sin(\theta_{km}), & \text{se } k \text{ é nó inicial} \\ -\left(b_{km} + b_{km}^{sh} \right) V_k^2 + \frac{V_k V_m}{t_{km}} b_{km} \cos(\theta_{km}) - \frac{V_k V_m}{t_{km}} g_{km} \sin(\theta_{km}), & \text{se } k \text{ é nó final} \end{cases} \quad (6)$$

A expressão para a geração de potência reativa em barras com controle de tensão é dada conforme (7):

$$Q_{G_k}(V, t, \theta) = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km} + Q_{C_k} - Q_k^{sh}, \quad (7)$$

em que os bancos de capacitores/reatores fornecem a injeção de potência reativa em (8):

$$Q_k^{sh} = b_k^{sh} V_k^2 \quad (8)$$

Considera-se a susceptância *shunt* b_k^{sh} como constante em (8). O tratamento das variáveis discretas é discutido aqui somente para os valores dos *taps* dos transformadores do sistema, e não para os valores de b_k^{sh} .

2.2. Tratamento das Variáveis Discretas

Seja o problema FPOR-DM dado em (1). Para tratar as restrições discretas nos *taps* de transformadores (1f), este trabalho adota a função penalidade descrita em (SOLER et al., 2013), dada em (9):

$$\Phi(t_{km}) = \left[\text{sen} \left(\frac{t_{km}}{t_{km}^{\text{sup}} - t_{km}^{\text{inf}}} \pi + \alpha \right) \right]^2, \quad (9)$$

em que: t_{km}^{sup} e t_{km}^{inf} são os valores discretos mais próximos, superior e inferior, respectivamente, de t_{km} ; e α é uma constante tal que $0 \leq \alpha \leq \pi$, de modo $\Phi(t_{km})$ se anule somente para $t_{km} \in \Gamma_{km}$ (conjunto discreto). Da definição da função (9), verifica-se que $\Phi(t_{km})$ assume valores positivos somente quando t_{km} assume valores não discretos, ou seja, a função $\Phi(t_{km})$ é da forma (10):

$$\Phi(t_{km}) = \begin{cases} 0, & \text{se } t_{km} \in \Gamma_{km} \\ \delta > 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (10)$$

A função penalidade é adicionada à função objetivo do problema (1), resultando no problema de FPOR-DM contínuo e modificado (11), o qual é resolvido pelo método proposto.

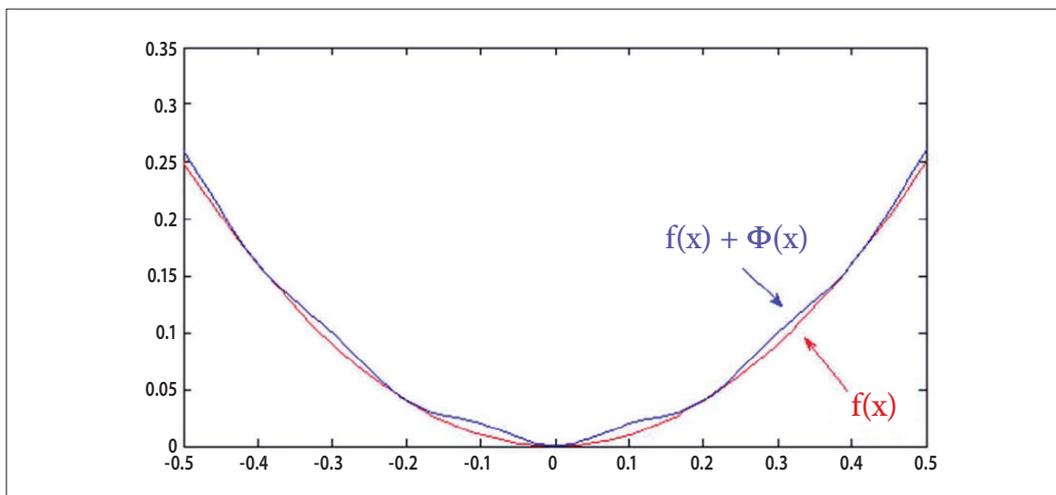
$$\begin{aligned} \text{Min } & P(V, \theta, t) + \gamma \sum_{(k,m) \in T} \Phi(t_{km}) & (a) \\ \text{s.a: } & \Delta P_k(V, t, \theta) = 0, & \forall k \in G' \cup C & (b) \\ & \Delta Q_k(V, t, \theta) = 0, & \forall k \in C & (c) \\ & Q_{G_k}^{\text{min}} \leq Q_{G_k}(V, t, \theta) \leq Q_{G_k}^{\text{max}}, & \forall k \in G & (d) \\ & V_k^{\text{min}} \leq V_k \leq V_k^{\text{max}}, & \forall k \in B & (e) \\ & t_{km} \in \Gamma_{km}, & \forall (k, m) \in T & (f) \end{aligned} \quad (11)$$

em que γ é o fator de penalização da função Φ .

Nota-se que quando $\Phi(t_{km})$ é introduzida na função objetivo do problema, desvios dos *taps* dos valores discretos em Γ_{km} são penalizados. Para uma boa compreensão do efeito que a função penalidade provoca na função objetivo, a Figura 1 mostra a função objetivo simples $f(x) = x^2$ e sua soma com a função penalidade $\Phi(x) = 0.01\sin^2(x\pi/0.2)$, em que os valores discretos (mínimos locais) estão espaçados em 0.2. A função também insere vários máximos locais. Para resolver esse problema, propõe-se uma estratégia de correção de inércia, que garante a obtenção de apenas mínimos locais.

Outra questão importante é a magnitude do parâmetro γ . Se adotarmos valores muito altos para γ o termo de penalidade se sobrepõe à função objetivo, de modo que o problema fica “viciado”, e não otimiza o critério esperado. Por outro lado, se o valor de γ for muito baixo, a penalização pode não ser efetiva para fazer com que os *taps* assumam valores discretos. Para garantir precisão na obtenção dos valores discretos, o FPOR-DM modificado (11) é resolvido em um processo iterativo em que os valores de γ são progressivamente aumentados com uma taxa linear com $\gamma^{k+1} = \kappa\gamma^k$ em que $\kappa > 0$ é uma constante. Um diagrama de blocos deste processo é detalhado no trabalho de Soler et al. (2013). O método de solução utilizado para resolver os problemas (11) é descrito na seção 3.

Figura 1 - Efeito da função penalidade $\Phi(x) = 0.01\sin^2(x\pi/0.2)$ na função objetivo $f(x) = x^2$.



Fonte: SOLER (2013) adaptado pelos autores.

3. MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES/EXTERIORES COM CORREÇÃO DE INÉRCIAS

O método de pontos interiores/exteriores para resolver o FPOR-DM é aqui descrito com ênfase na estratégia de correção de inércia proposta. Seja o problema (12):

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad f(x) \\ & \text{s.a} \\ & \quad g(x) = 0 \\ & \quad h(x) + s = 0, \end{aligned} \tag{12}$$

em que $x \in \mathbb{R}^n$ e $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ e $h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ são funções de classe C^2 , com $n = 2 \cdot \text{card}(\text{B}) + \text{card}(\text{T})$, $m = \text{card}(\text{B}) - 1 + \text{card}(\text{C})$ e $p = 2 \cdot \text{card}(\text{G}')$ para o problema (11), em que $\text{card}(X)$ denota o número de elementos do conjunto X . Em (12) as restrições de desigualdade já estão transformadas em igualdades por meio de variáveis de folga $s \in \mathbb{R}_+^p$.

As restrições de não negatividade são incluídas no problema modificado (13) por meio de uma função reescalamto não linear, neste caso, a função barreira logarítmica modificada:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad f(x) - \mu \sum_{i=1}^p \delta_i \ln(\mu^{-1} s_i + 1) \\ & \text{s.a} \\ & \quad g(x) = 0 \\ & \quad h(x) + s = 0, \end{aligned} \tag{13}$$

em que $\mu \in \mathbb{R}_+$ é o parâmetro de reescalamto não linear e $\delta \in \mathbb{R}_+^p$ é o vetor de estimadores dos multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade em (12). A função Lagrangiana barreira logarítmica modificada associada ao problema modificado (13) é dada conforme (14):

$$L_\mu(x, s, \lambda, \nu) = f(x) - \mu \sum_{i=1}^p \delta_i \ln(\mu^{-1} s_i + 1) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(x) + \sum_{i=1}^p \nu_i [h_i(x) + s_i] \tag{14}$$

em que $\lambda \in \mathbb{R}^m$ e $\nu \in \mathbb{R}_+^p$ são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade de (12), respectivamente.

3.1. Sistema de Direções

O método proposto consiste em calcular sucessivos pontos de estacionariedade da função (17), o que resulta em um sistema não linear, cujas equações são linearizadas no ponto x^k (associado à iteração k), resultando no sistema linear mostrado em (15) (para detalhes da linearização ver (SILVA, 2014):

$$\begin{bmatrix} K & 0 & Jg(x^k)^t & Jh(x^k)^t \\ 0 & \bar{S}_k^{-1}N^k & 0 & I_p \\ Jg(x^k) & 0 & 0 & 0 \\ Jh(x^k) & I_p & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx^k \\ ds^k \\ d\lambda^k \\ dv^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m^k \\ \bar{S}_k^{-1}\pi^k \\ t^k \\ u^k \end{bmatrix}, \quad (15)$$

sendo que a matriz à esquerda de (15) é denominada Hessiana da função Lagrangiana (H^k); $K = \nabla_{xx}^2 L(x^k, s^k, \lambda^k, v^k)$; I_p é a matriz identidade de ordem p ; $N^k = \text{diag}(v^k)$, $Jg(x^k)$, $Jh(x^k)$ são as matrizes Jacobianas associadas às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente; $\bar{S}_k^{-1} = \text{diag}(1/(s_1 + \mu), \dots, 1/(s_m + \mu))$; e os resíduos são:

$$\begin{aligned} m^k &= -\nabla f(x^k) - Jg(x^k)^t \lambda^k - Jh(x^k)^t v^k \\ \pi^k &= -\bar{S}_k v^k + \mu \delta^k - ds^k \circ dv^k \\ t^k &= -g(x^k) \\ u^k &= -h(x^k) - s^k, \end{aligned} \quad (16)$$

em que se destaca o termo não linear $ds^k \circ dv^k$, o qual denota o produto de Hadamard. O FPOR-DM modificado dado em (13) é um problema não convexo, com múltiplos máximos e mínimos locais devido à função de penalidade. Como o sistema de direções (18) foi calculado com base nas condições de KKT, as direções de busca determinadas por meio da resolução desse sistema não garantem a busca de mínimos locais. Na seção 3.2, é proposta uma estratégia de correção de inércia para a solução deste problema.

3.2. Correção de Inércia

Conforme descrito em (SILVA, 2014), a inércia de uma matriz A é dada pela tripla ordenada $I(A) = (i_+, i_-, i_0)$, em que i_+, i_-, i_0 são os números de autovalores positivos, negativos e nulos da matriz A , respectivamente. De acordo com (NOCEDAL e WRIGHT, 2006), uma direção é de descida para o sistema primal-dual (15) se a submatriz A^k (diagonal superior de H^k) é definida positiva no núcleo da submatriz B^k de restrições, o que ocorre quando a inércia da matriz H é dada por $I(H^k) = (n+p, m+p, 0)$, em que:

$$A^k = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & \bar{S}_k^{-1} N^k \end{bmatrix}; B^k = \begin{bmatrix} Jg(x^k) & 0 \\ Jh(x^k) & I_p \end{bmatrix} \quad (17)$$

Na estratégia de correção adotada neste trabalho, em que o sistema de direções é reduzido às direções primal dx^k e dual $d\lambda^k$, é necessário que a inércia da submatriz A^k seja $I(A^k) = (n, m, 0)$. Se a matriz A^k não possui a inércia desejada, é necessário fazer alterações nesta matriz para corrigir sua inércia. O esquema de correção aqui adotado é baseado em (NOCEDAL e WRIGHT, 2006) e em (SILVA, 2014), e consiste em alterar por um fator $\beta > 0$ apenas a diagonal da submatriz K de A^k , uma vez que a submatriz $\bar{S}_k^{-1} N^k$ é sempre definida positiva, o que resulta na matriz corrigida \tilde{A}^k dada em (18):

$$\tilde{A}^k = \begin{bmatrix} K + \beta I_n & 0 \\ 0 & \bar{S}_k^{-1} N^k \end{bmatrix} \quad (18)$$

O valor necessário de β que corrige a inércia para os valores desejados $I(A^k) = (n, m, 0)$ não é conhecido *a priori*, de modo que valores sucessivamente maiores devem ser testados, até que a inércia desejada seja obtida. Assim, o parâmetro β sofre aumentos sucessivos conforme (19):

$$\beta_{k+1} = \kappa_1 \beta_k, \quad (19)$$

em que $\kappa_1 > 1$ deve ser pré-especificado.

A importância desta etapa de correção de inércia na obtenção de soluções discretas ótimas é destacada por meio de exemplos de simulação nos resultados apresentados neste trabalho. A seguir, na seção 3.3, descreve-se a obtenção das direções dos passos previsor e corretor, bem como novas estratégias de direções baseadas nas direções previsor e corretor.

3.3. Passos Previsor e Corretor e Atualização de Parâmetros

No passo previsor, supõe-se que o termo não linear $ds^k \circ dv^k$, denotado produto de Hadamard, seja aproximado com valor nulo no resíduo π^k , já que não há informações para o cálculo deste termo. Assim, tem-se o valor aproximado de π^k dados por $\tilde{\pi}^k = -\bar{S}_k v^k + \mu \delta^k$. Com esta consideração, calculam-se as direções do passo previsor, a partir do sistema, explorando a esparsidade da matriz H , ou seja, isolando cada um dos termos de direção, o que resulta nas direções previsor:

$$\begin{aligned} \tilde{d}\lambda^k &= \Theta_k^{-1} \left[Jg(x^k) \theta_k^{-1} (m^k - \tilde{p}^k) - t^k \right] \\ \tilde{d}x^k &= \theta_k^{-1} \left[m^k - \tilde{p}^k - Jg(x^k)^t \tilde{d}\lambda^k \right] \\ \tilde{d}s^k &= u^k - Jh(x^k) \tilde{d}x^k \\ \tilde{d}v^k &= \bar{S}_k^{-1} (\tilde{\pi}^k - N^k \tilde{d}s^k), \end{aligned} \quad (20)$$

em que:

$$\begin{aligned} \theta_k &= K + \beta I_n + Jh(x^k)^t \bar{S}_k^{-1} N^k Jh(x^k) \\ \Theta_k &= Jg(x^k) \theta_k^{-1} Jg(x^k)^t \\ \tilde{p}^k &= Jh(x^k)^t \bar{S}_k^{-1} (\tilde{\pi}^k - N^k u^k). \end{aligned} \quad (21)$$

No passo corretor, o produto de Hadamard é agora calculado com base nos valores obtidos no passo predictor para $\tilde{d}s^k$ e $\tilde{d}v^k$. Com procedimento análogo, obtêm-se as direções do passo corretor, dadas por:

$$\begin{aligned}\tilde{d}\lambda^k &= \Theta_k^{-1} \left[Jg(x^k) \theta_k^{-1} (m^k - \tilde{p}^k) - t^k \right] \\ \tilde{d}x^k &= \theta_k^{-1} \left[m^k - \tilde{p}^k - Jg(x^k)^t \tilde{d}\lambda^k \right] \\ \tilde{d}s^k &= u^k - Jh(x^k) \tilde{d}x^k \\ \tilde{d}v^k &= \bar{S}_k^{-1} (\tilde{\pi}^k - N^k \tilde{d}s^k),\end{aligned}\tag{22}$$

em que:

$$\tilde{p}^k = Jh(x^k)^t \bar{S}_k^{-1} (\tilde{\pi}^k - N^k u^k)\tag{23}$$

Definindo-se um ponto $\omega^k = [x^k \ s^k \ \lambda^k \ v^k]$ e o vetor de direções corretor $d\omega = [dx \ ds \ d\lambda \ dv]$, o ponto ω^{k+1} é calculado conforme:

$$\omega_{k+1} = \omega_k + \alpha_k d\omega_k\tag{24}$$

em que α_k é o comprimento do passo, o qual em geral possui valores distintos para as variáveis primais e duais, respectivamente. O cálculo de α_k , detalhado em (SILVA, 2014), é realizado de modo a garantir que os pontos ω^{k+1} estejam no interior da região viável (em métodos de pontos interiores) ou da região viável relaxada (em método de pontos exteriores).

Os parâmetros de barreira/reescalamto μ , são também atualizados conforme descrito em (SILVA, 2014). Já a atualização dos estimadores dos multiplicadores de Lagrange δ é feita conforme (PINHEIRO et al., 2015). O critério de parada do método é apresentado na seção 3.4.

3.4. Critério de Parada

O critério de parada para o método proposto envolve uma precisão sobre a norma infinita dos resíduos. Ou seja, os resíduos associados à factibilidade primal, à factibilidade dual e às folgas complementares devem assumir valores suficientemente pequenos, pré-determinado por uma precisão ε_1 . Este critério pode ser expresso por:

$$\|\nabla L(x^k, s^k, v^k, \lambda^k)\|_{\infty} \leq \varepsilon_1, \quad (25)$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, utiliza-se o método de solução proposto para resolver o problema de FPOR-DM para os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 barras. O primeiro estudo de caso tem como objetivo mostrar a necessidade da representação das variáveis discretas do problema. O segundo estudo de caso tem como objetivo destacar a importância da estratégia de correção de inércia proposta. Os parâmetros do método proposto para a solução do FPOR-DM são mostrados na Tabela 1. Os limites mínimos e máximos das magnitudes de tensão são de 0.95 e 1.05 pu, respectivamente. Estes parâmetros foram utilizados em todas as simulações do trabalho.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados na solução dos problemas de FPOR-DM.

Parâmetro	Descrição	Valor
ε_1	Precisão de solução do método proposto	10-3
ε_2	Precisão adotada para os valores discretos	10-4
μ	Valor inicial do parâmetro de barreira	0.005
τ	Taxa de atualização de μ	0.25
γ	Valor inicial para a penalidade	10-5
κ	Taxa de atualização de γ	1.3
α	Taxa de ajuste na função penalidade	0.0
β	Valor inicial do parâmetro de correção de inércia	0.01
κ_1	Taxa de atualização de β	1.5
Γ	Conjunto dos valores discretos dos taps	{0.90, 0.92, 0.94, 0.96, 0.98, 1.00, 1.02, 1.04, 1.06, 1.08, 1.10}

Fonte: Os autores.

Dados das redes elétricas dos sistemas IEEE 14 e 30 barras e dados associados à inicialização para as magnitudes de tensão e ângulo das tensões, bem como os valores iniciais para os *taps* dos transformadores e susceptância *shunt* são obtidos em (CHRISTIE, 2017).

4.1. Estudo de caso com representação contínua/discreta

Este estudo tem como objetivo mostrar a necessidade do tratamento das variáveis discretas. Para isso, dois casos são comparados: no caso 1, as variáveis discretas são tratadas como contínuas (o que ocorre em muitos trabalhos na literatura), e no segundo, o FPOR-DM é resolvido pelo método aqui proposto, que considera tais variáveis como discretas. Neste estudo utilizaram-se os dados do sistema IEEE 14 barras, e adotou-se um conjunto de valores discretos dado por *taps* que variam de 0.9 pu a 1.10 pu, com espaçamentos de 0.02 pu. Os resultados da Tabela 2 mostram as funções objetivo e Lagrangiana, o número de iterações e os valores dos *taps* de transformadores.

Nota-se que os valores de *taps* obtidos para o caso contínuo não podem ser implementados pelo operador do sistema, pois possuem valores não definidos nos respectivos conjuntos discretos. Assim, este estudo de caso mostra que a representação do tap como uma variável discreta é mais representativa. As perdas obtidas são artificialmente menores no caso contínuo, porém, na prática, não podem ser obtidas.

Tabela 2 - Comparação entre caso contínuo e discreto.

Caso	Função Obj. [MW]	Função Lag.[MW]	# iteração	<i>Taps</i> [pu]
Contínuo	13.630033	13.630044	6	1.0432
				0.9000
				0.9815
Discreto	13.728107	13.728103	6	0.9800
				0.9599
				0.9400

Fonte: Os autores.

4.2. Estudo de caso – Necessidade da correção de inércia

Este estudo tem como objetivo mostrar a necessidade da estratégia de correção de inércia proposta neste trabalho. Para isso os casos com e sem a estratégia de inércia são comparados. Neste estudo utilizaram-se os dados do sistema IEEE 30 barras, e adotou-se um conjunto de valores discretos dado por *taps* que variam de 0.9 pu a 1.10 pu, com espaçamentos de 0.02 pu. Os resultados estão mostrados na Tabela 3, cuja estrutura é análoga à Tabela 2.

Tabela 3 – Comparação entre casos com e sem a estratégia de inércia.

Caso	Função Obj. [MW]	Função Lag.[MW]	# iteração	<i>Taps</i> [pu]
Sem inércia	18.032493	18.617106	7	0.9800
				0.9699
				0.9299
				0.9700
Com inércia	17.964980	17.964983	25	0.9800
				0.9600
				0.9400
				0.9399

Fonte: Os autores.

Nota-se que no caso sem a correção de inércia, os 3 últimos *taps* não pertencem ao conjunto de valores discretos estabelecidos, e correspondem a pontos de máximo da função de penalidade, e não de mínimo. Já no caso com correção de inércia, apenas valores discretos pertencentes ao conjunto foram obtidos. Assim, conclui-se que a estratégia de correção de inércia é necessária para obtenção de soluções discretas factíveis. Nota-se, ainda que quando a estratégia de correção é utilizada há uma redução nas perdas na transmissão.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho, propõe-se uma técnica de solução para o problema de FPOR discreto misto (FPOR-DM), em que as variáveis discretas são tratadas por funções penalidade senoidal e os problemas penalizados são resolvidos por métodos de pontos interiores/exteriores. Mostrou-se que as funções penalidade senoidais inserem artificialmente novos pontos de mínimo e máximo locais no FPOR-DM. Uma estratégia de correção de inércia é proposta para ser utilizada em conjunto com a função penalidade, a qual se mostrou eficiente para que o método proposto fosse capaz de encontrar apenas pontos de mínimos locais, evitando os pontos de máximo (que forneceram soluções discretas infactíveis). Nas simulações em que a estratégia de inércia foi utilizada, os *taps* ótimos de transformadores tiveram somente valores pertencentes ao conjunto discreto estabelecido, como esperado. Quando a estratégia não foi utilizada, valores infactíveis (não discretos) para os *taps* foram obtidos.

Para a continuidade deste trabalho, pretende-se resolver o problema de FPOR tratando todas as suas variáveis contínuas, *shunts* e *taps* dos transformadores em-fase. Neste trabalho não foi representada às variáveis associadas aos *shunts* dos bancos de capacitores e reatores, portanto, o tratamento dessas variáveis por meio de função penalidade é uma proposta futura para o presente trabalho.

REFERÊNCIAS

CARPENTIER, J. Contribution a l'étude du dispatching économique. **Bulletin de la Société Française des Électricien**, v. 8, n. 3, p. 431-447, 1962.

CHISTIE, R. D. **Power Systems Test Case Archive** - UWEE. University of Washington - Electrical Engineering Department. 2017. Disponível em: <<http://www2.ee.washington.edu/research/pstca/>>. Data de acesso: 10/03/2017.

COLOMBO, M.; GONDZIO, J. Further development of multiple centrality correctors for interior point methods. **Computational Optimization and Applications**, v. 3, n. 41, p. 277-305, 2007.

LAGE, G. G. **O fluxo de potência ótimo reativo com variáveis de controle discretas e restrições de atuação de dispositivos de controle de tensão**. 2013. 234 f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. Numerical Optimization. **Springer Series in Operations Research and Financial Engineering**. New York, 2006.

PINHEIRO, R. B. N.; BALBO, A. R.; BAPTISTA, E. C.; NEPOMUCENO, L. Interior-exterior point method with global convergence strategy for solving the reactive optimal power flow problem. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, n. 66, p. 235-246, 2015.

SILVA, D. N. **Método primal-dual previsor-corretor de pontos interiores e exteriores com estratégias de correção de inércia e suavização hiperbólica aplicado ao problema de despacho econômico com ponto de carregamento de válvula e representação da transmissão**. 2014. 261 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP, Bauru, 2014.

SILVA, D. P. **Funções Penalidade para o tratamento das variáveis discretas do problema de fluxo de potência ótimo reativo**. 2016. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP, Bauru, 2016.

SOLER, E.; ASADA, E.; COSTA, G. Penalty-Based Nonlinear Solver for Optimal Reactive Power Dispatch with Discrete Controls. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 3, n. 28, p. 2174-2182, 2013.

WÄCHTER, A.; BIEGLER, L. T. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. **Mathematical Programming**, v. 1, n. 106, p. 25-57, 2005.